

УДК 621.315.1

В.Г. Гольдштейн, А.С. Ведерников, Ю.А. Борисова

КОНСТРУКЦИИ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МНОГОЦЕПНЫХ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Самарский государственный технический университет

Территориальные ограничения в развивающихся электротехнических системах определяют экономическую целесообразность использования комбинированных многоцепных воздушных линий (КМВЛ), сочетающих два или более номинальных напряжения. Важной особенностью КМВЛ является высокая интенсивность электромагнитного взаимодействия между многочисленными проводами в их составе, что делает актуальными вопросы учета в них электрических и магнитных взаимных связей. Существующие средства методического и программного обеспечения не решают в полной мере данные вопросы. Статья посвящена построению математических моделей КМВЛ для анализа в многопроводной постановке стационарных установившихся режимов. Предложено теоретическое решение поставленной задачи с использованием положения теоретической электротехники в части определения симметрий и несимметрий для реальных процессов и современных электроустановок в составе электротехнических систем, теории четырехполюсников с обобщением на многопроводные несимметричные КМВЛ, гиперматричных математических моделей, адаптированных для применения метода фазных координат. Разработаны математические модели обобщенных четырехполюсников в A , B и Y -формах, которые позволяют определить в фазных координатах параметры установившегося режима для КМВЛ любой конструкции.

Ключевые слова: воздушные ЛЭП, гиперматричные уравнения, несимметрия, обобщенный четырёхполюсник, поперечные проводимости, продольные сопротивления, стационарный установившийся режим, фазные координаты, четырёхполюсники.

1. Введение

Важнейшее направление развития современной энергетики – создание интеллектуальных энергосистем (ИЭС) – реализуется с положительной перспективной тенденцией размещения мощных электрических станций по экологическим требованиям за пределами массового поселения людей и доставкой электрической и тепловой энергии потребителям с помощью инновационных средств ее передачи. При этом характерно соединение и географическое сближение электропередачи больших (на уровне ГВт) электрических мощностей и их распределения, то есть системных и распределительных электрических сетей. Эффективным способом решения этой задачи являются многоцепные многопроводные воздушные ли-

нии (ММВЛ). Широко применяется их наиболее простая реализация: двухцепные воздушные линии (ДВЛ), составляющие до 25-30 % всех воздушных линий [1-3].

В условиях жестких территориальных ограничений на развитие электрических сетей (ЭС) экономически целесообразно применение комбинированных линий (КМВЛ), в которых на одних опорах размещаются две и более трёхфазные воздушные линии (ВЛ) разного номинального напряжения (рис. 1).

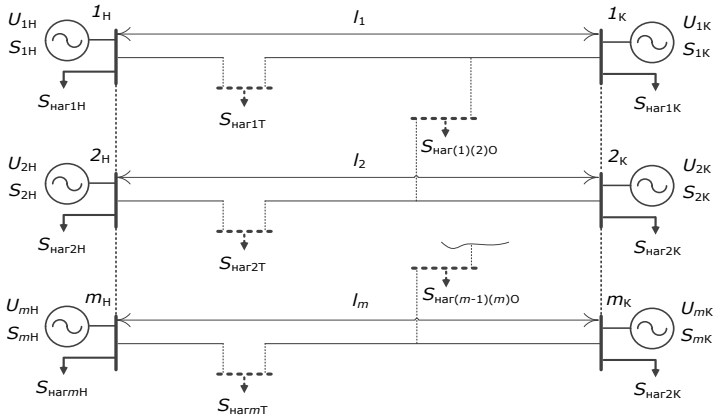


Рис. 1. Обобщённая схема m -цепной КМВЛ (номинальные напряжения $U_{1ном} \neq U_{2ном} \neq U_{mном}$, длины участков $l_1 = l_2 = l_m$).

Это является развитием схем глубокого ввода, сокращает расходы на сооружение понизительных подстанций, позволяет значительно уменьшить площади, отчуждаемые под трассы (ВЛ) и территории подстанций, снизить уровни напряжённостей электромагнитного поля вблизи ВЛ, что особенно актуально для густонаселённых районов мегаполисов.

Компактность КМВЛ определяет высокую интенсивность электромагнитных взаимодействий между их отдельными элементами. В процедурах анализа стационарных электрических режимов для их учета формируется адекватная математическая модель (ММ) в виде полной пассивной диссипативной схемы замещения. Ее элементы в естественном виде – это многочисленные собственные и взаимные сопротивления и проводимости между всеми фазными проводниками всех цепей и грозозащитных тросов (ГЗТ) [3]. Применение интеллектуальных систем управления режимами КМВЛ делает очевидной необходимость усовершенствования математического аппарата с использованием гиперматричных выражений для ком-

плексной модели КМВЛ. Многокомпонентность КМВЛ определяется не только ее многопроводностью, но и совокупностью ряда участков (рис. 1) между ответвлениями на конкретные подстанции.

Не умаляя общности теории анализа режимов КМВЛ, будем далее рассматривать в качестве расчетной модели один ее однородный участок, поскольку полная модель формируется из последовательного соединения всех участков.

II. Методы расчета режимов многопроводных электрических цепей

Рассмотрим подходы к анализу режимов электрических сетей с КМВЛ. В настоящее время существенно меняются исходные представления, связанные с необходимостью уточнения ММ их режимов и элементов. Это в значительной мере связано с необходимостью учета несимметрии реальных объектов и процессов в ЭС из-за беспрецедентного повышения требований к адекватности соответствующих ММ, как основы современных систем управления в ЭС.

Авторами уже было отмечено, что при моделировании режимов КМВЛ чаще всего рассматривается как композиция независимых симметричных трехфазных (трехпроводных) цепей [1]. Это допущение существенно расходится с физикой электромагнитных процессов в взаимосвязанном комплексе КМВЛ. Такое упрощенное представление в настоящее время противоречит требованиям к решениям важных проблем проектирования и эксплуатации КМВЛ. Поэтому отказ от использования допущений о независимости и симметрии, которые более или менее обоснованы в трехпроводной постановке, представляет собой актуальное направление повышения достоверности анализа режимов и состояний многокомпонентных элементов ЭС.

Несимметрии в ЭС [4, 5] делятся на следующие классификационные группы: глобальные (в целом по сети) и локальные (по участкам и элементам); конструктивные (по параметрам сети) и режимные (по параметрам режимов); стационарные и переходные; одно, двух, трех и многофазные; связанные и не связанные с землей; с обрывами фаз; однократные и многократные; комбинированные (обрывы и КЗ) и др.

В ЭС в целом и для КМВЛ, в частности, несимметрия различается по исходным причинам [6-8]. Во-первых, это режимная фазная несимметрия. Причины ее таковы: фазные параметры режимов (мощности, токи и напряжения в элементах ЭС и потребителей) различны по величине, а сдвиги последних по фазе в трехфазных системах конкретных цепей КМВЛ не равны стандартному значению 120° . Во-вторых, это параметрическая пассивная несимметрия. Она возникает, поскольку фазные и междофазные продольные и поперечные активные и реактивные сопротивления и проводимости элементов ЭС в той или иной мере отличаются друг

от друга. В-третьих, это нарушения нормальной работы ЭС: фазные, междофазные КЗ и обрывы (в частности, для воздушных линий электропередачи (ЛЭП)) одного или двух фазных проводов, как для одноцепных, двухцепных, так и для многоцепных ЛЭП.

Применительно к многофазным цепям можно назвать два наиболее распространенных в настоящее время подхода к анализу УР КМВЛ: это метод фазных координат (МФК) [4-6] и метод симметричных составляющих (МСС) [9, 10]. МСС предложен и развит в прошлом веке Ч. Фортестью [9], Ч. Вагнером, Р. Эвансом [10] и другими исследователями. Несмотря на то, что МСС традиционно используется для математического моделирования названных выше несимметрий, для реальных конструкций, например, ВЛ с 1 или 2 ГЗТ, двухцепных и тем более для КМВЛ, симметричные модели являются грубым допущением. Тем не менее, в многочисленных практических расчетах как статических УР, так и токов КЗ по-прежнему используется МСС. При этом часто необоснованно остается без внимания вывод указанных выше авторов: МСС исходно предложен для анализа несимметричных трехфазных параметров режимов при допущении о симметрии схем замещения отдельных последовательностей. Это и позволяет представлять их однопроводными схемами замещения для упрощения процедур расчета иногда даже без использования матричного анализа и в отсутствие соответствующего программного обеспечения и вычислительных средств.

При этом невелики объем вычислений и состав информации, поскольку расчет в схеме каждой последовательности производится на одну фазу. Но, как отмечено выше, погрешности и ошибки из-за названных допущений иногда в принципе не предсказуемы, что превращает анализ процессов в угадывание результата. Неизбежные при этом погрешности результатов, параметров режима, ранее считались допустимыми в инженерных задачах, если их величины не превышали в среднем 5 %. В настоящее время это совершенно не отвечает реальным техническим требованиям. В самом деле, при определении абсолютных значений параметров режимов (токов, напряжений, мощностей, энергии и др.) эти погрешности действительно в ряде случаев незначительно влияют на принятие некоторых технических решений. Но часто нужно находить их разности, в частности, потери мощности и энергии, падения напряжения и др., особенно когда уменьшаемое и вычитаемое имеют близкие значения, что в ЭС наблюдается в большом числе случаев. Поэтому погрешности в разностных результатах достигают 100 % и более.

Показательным примером несимметрии может служить разница в 16 % в продольных погонных реактивных взаимных сопротивлениях для ВЛ-500 кВ с горизонтальной подвеской фаз, приведенная в работе [11,

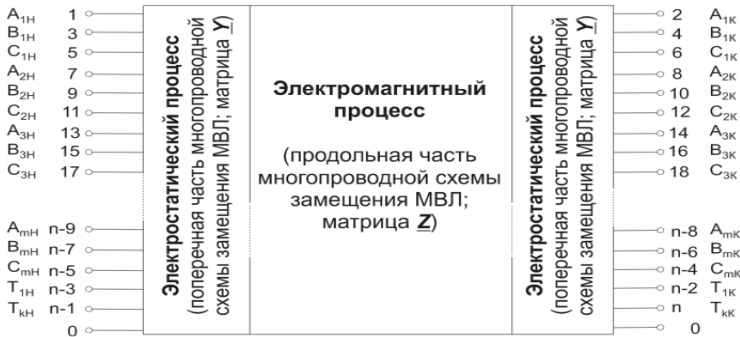
§1.1, рис. 1.3, табл. на стр. 17]. Это один из многочисленных примеров несимметрии, который подтверждает важнейшее положение: для большого числа современных несимметричных задач применение МСС методически не оправдано. Еще одним принципиальным ограничением применения МСС при определении потерь мощности и энергии при пофазной несимметричной нагрузке является то, что суммирование потерь в симметричных составляющих недопустимо из-за квадратичной зависимости величины потерь от тока. Помимо этого, для расчета режимов КМВЛ МСС неприменим без дополнительных допущений, поскольку, строго говоря, в трехфазной постановке определить их сопротивления в схемах прямой, обратной и нулевой последовательностей можно только приближенно. Для расчета процессов в этом случае нельзя использовать независимые трехфазные системы координат. С этой точки зрения применение МФК в многопроводной постановке для расчетов несимметричных установившихся и переходных режимов ЭС с КМВЛ является объективно необходимым.

III. Схема замещения МВЛ в виде обобщенного четырехполюсника

При анализе локальных несимметрий обратим внимание, что с удалением (электрическим и геометрическим) от точки несимметрии, интенсивность отличий фазных параметров, то есть собственно несимметрии, уменьшается [8]. Учитывая это, а также то, что КМВЛ представляет собой уникальный элемент в ЭС, для упрощения построения методики анализа стационарных режимов далее ограничим расчетный комплекс собственно КМВЛ, к узлам которой присоединены обобщенные модели примыкающих частей ЭС (рис. 1).

Применение МФК непосредственно связано с учетом взаимных индуктивных и емкостных влияний разных фаз и цепей, а также ГЗТ КМВЛ. С этой целью используется представление процессов ММВЛ в виде обобщенного четырехполюсника (ОЧП) П-образной структуры. В нем электромагнитные квазистационарные физические процессы в ЛЭП в соответствии с известными принципами построения схем замещения ЛЭП [12] разделены (рис. 2) на продольные (в виде активно-индуктивных сопротивлений) и поперечные (в виде емкостных проводимостей) составляющие.

Поперечная часть разделяется пополам и в эквивалентной схеме замещения (ЭСЗ) соответствующие емкости (фазные на землю, междуфазные и междуцепные) задаются половинными значениями по концам КМВЛ. Многопроводная ЭСЗ (рис. 3) формируется в виде, общепринятом в расчетах стационарных режимов для несимметричной КМВЛ с числом цепей $m \geq 2$, количеством проводов $n = m \cdot 3 + k$, где k – число заземленных и незаземленных грозозащитных тросов.

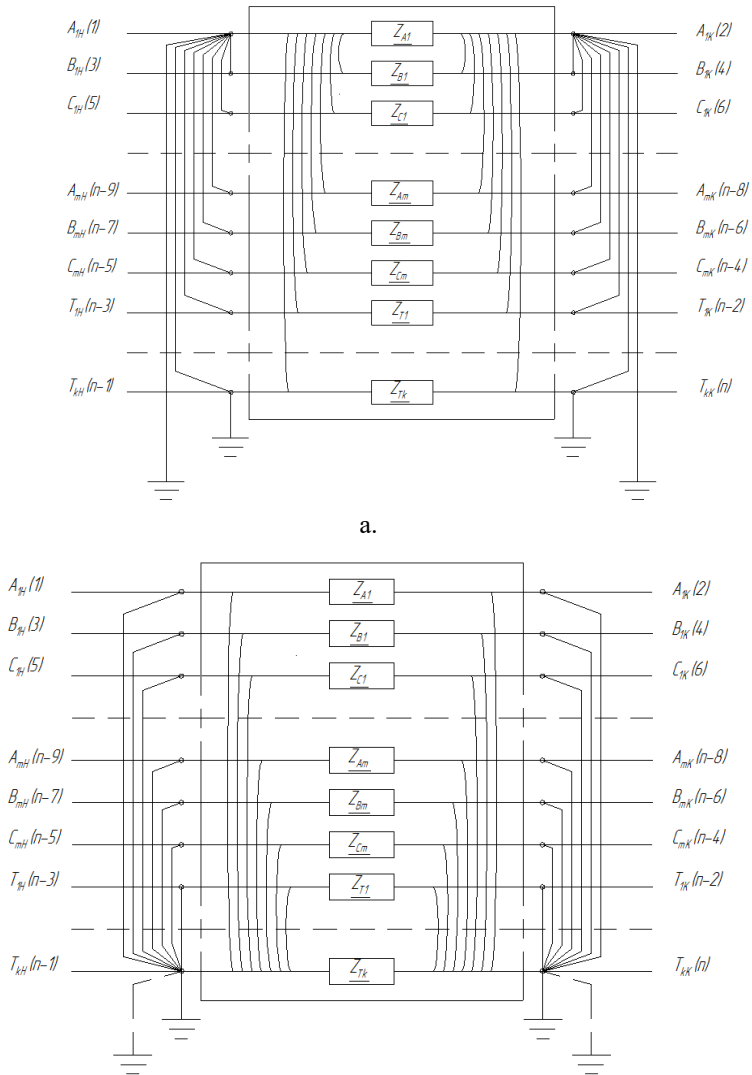
Рис. 2. ОЧП с n – полюсами для m – цепной ММВЛ с k ГЗТ

Все связи ЭСЗ изобразить невозможно [8, с. 674], поэтому на рис. 3 для КМВЛ с одним ГЗТ представлены фрагменты ЭСЗ, отражающие только связи фазы $A1$ (рис. 3, а) и троса T (рис. 3, б). Взаимные индуктивности, распределенные по длине, показаны условно (как это принято для емкостей) в начале и конце каждой фазы и ГЗТ [9].

Квадратные, полностью заполненные матрицы собственных и взаимных продольных сопротивлений ЗПС и поперечных проводимостей УПП / 2 (рис. 3, а и б), которые являются ММ для ЭСЗ КМВЛ, имеют размерность, равную общему числу проводов и тросов КМВЛ – n .

По электромагнитным характеристикам, расположению, геометрическим размерам проводников и среды, длине КМВЛ l в соответствие с теоретическими положениями и справочными данными, где приведены погонные (на 1 км) параметры проводов КМВЛ [12, 13]. В том числе активные r_0 , индуктивные x_{L0} , взаимоиндуктивные x_{M0} сопротивления, реактивные (емкостные) b_{C0} проводимости (без учета короны) и поправочные коэффициенты k_r, k_x, k_{C0} [2].

Для КМВЛ в представленном виде (рис. 2) можно сформировать математические гиперматричные ОЧП модели УР для Π -образных эквивалентных схем в A, B и Y -формах (1-3), связывающих напряжения и токи в начале H и конце K КМВЛ [12].



б.

Рис. 3. Фрагмент эквивалентной схемы в Π -форме m -цепной КМВЛ с одним ГЗТ, состоящая из комплексных сопротивлений с условно изображенными взаимными индуктивными и емкостными связями начал и концов: фазы А и троса Т в двух вариантах: заземленного (а) и изолированного (емкостная связь на землю показана пунктиром) (б)

Значения $z = r + j \cdot x$, $j \cdot x_M$ и $y = -j \cdot b$ элементов матриц $Z_{ПС}$ и $Y_{ПП}$ определяются в виде [8], [11-13]:

$$\begin{aligned} r &= r_0 \cdot l \cdot k_r + j \cdot x_0 \cdot l \cdot k_x; \\ j \cdot x_M &= j \cdot x_{M0} \cdot l \cdot k_x; \\ j \cdot b &= j \cdot b_{C0} \cdot l \cdot k_{C0}. \end{aligned}$$

Все вектора и квадратные матрицы имеют размерность, равную n . Здесь и далее в названных моделях используются упрощенные обозначения для гиперматричных и векторных комплексных параметров собственно ОЧП и его режима в виде:

$$\begin{aligned} 1) \text{ форма } A & \quad A \cdot U_K + B \cdot I_K = U_H; \\ & \quad C \cdot U_K + D \cdot I_K = I_H. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ форма } B & \quad 3 \cdot D \cdot U_H + B \cdot I_H = U_K; \\ & \quad C \cdot U_H + A \cdot I_H = I_K. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 3) \text{ форма } Y & \quad Y_{HH} \cdot U_H + Y_{HK} \cdot U_K = I_H; \\ & \quad Y_{KH} \cdot U_H + Y_{KK} \cdot U_K = I_K. \end{aligned} \quad (3)$$

где U_H , I_H , U_K , I_K – вектора значений напряжений и токов фазных проводов и ГЗТ в режиме ОЧП, которые в зависимости от условий задачи анализа режима КМВЛ делают каждое выражение (1-3) или системой линейных алгебраических уравнений, например, для A -формы при известных U_H , I_H и неизвестных U_K , I_K , или суммой произведений $A \cdot U_K + B \cdot I_K$ – при известных U_K , I_K и неизвестных U_H , I_H . Очевидна аналогия для форм B , Y и перекрестных парных сочетаний 4 названных векторов.

При использовании моделей (1-3) важным моментом является определение матричных коэффициентов – констант ОЧП. Эта позиция построения моделей в A , B и Y -формах решена в теоретической электротехнике для однопроводных моделей [12]. Для моделей, с помощью которых описываются процессы в многопроводных КМВЛ, можно использовать их матричные аналоги.

Так, например, для обобщенной П-образной схемы (рис. 1), используя квадратные матрицы комплексных продольных сопротивлений $Z_{ПС}$ (рис. 2) и половин поперечных проводимостей $Y_{ПП}/2$ (рис. 3), включенных в H начале и K конце КМВЛ [12], можно записать с соблюдением корректного порядка матричных умножений:

$$\begin{aligned} U_H &= U_K + Z_{ПС} \cdot (Y_{ПП}/2 \cdot U_K + I_K) = (E + Z_{ПС} \cdot Y_{ПП}/2) \cdot U_K + Z_{ПС} \cdot I_K = \\ &= \underline{A \cdot U_K + B \cdot I_K}; \\ I_H &= Y_{ПП}/2 \cdot [Z_{ПС} \cdot (Y_{ПП}/2 \cdot U_K + I_K) + U_K] + I_K + Y_{ПП}/2 \cdot U_K = \\ &= Y_{ПП} \cdot (E + Z_{ПС} \cdot Y_{ПП}/4) + (E + Z_{ПС} \cdot Y_{ПП}/2) \cdot I_K = \underline{C \cdot U_K + D \cdot I_K}, \end{aligned}$$

где E – матричная единица, а параметры ОЧП для A и B – форм ОЧП, выражаются матрично через $Z_{\text{ПС}}$ и $Y_{\text{ПП}}$. Теперь:

$$\begin{aligned} A &= D = (E + Z_{\text{ПС}} \cdot Y_{\text{ПП}} / 2); \\ B &= Z_{\text{ПС}}; \\ C &= Y_{\text{ПП}} \cdot (E + Z_{\text{ПС}} \cdot Y_{\text{ПП}} / 4), \end{aligned}$$

для форм B и Y , а коэффициенты – константы ОЧП $Y_{\text{НН}}$, $Y_{\text{НК}}$, $Y_{\text{КН}}$, $Y_{\text{КК}}$ можно выразить через A , B , C , D по известным формулам для четырехполюсников [12]:

$$\begin{aligned} Y_{\text{НН}} &= B^{-1} \cdot D; \\ Y_{\text{НК}} &= -B^{-1}; \\ Y_{\text{КН}} &= Y_{\text{НК}}; \\ Y_{\text{КК}} &= B^{-1} \cdot A. \end{aligned}$$

Полученное решение позволяет эффективно моделировать большой круг практических задач, связанных с анализом УР для такого перспективного современного объекта, как КМВЛ. Обратим внимание на то, что формальная неуниверсальность полученного решения из-за принятого выше допущения о построении ММ только для собственно КМВЛ, с практической точки зрения не является очень жестким ограничением. Как уже говорилось выше, КМВЛ является уникальным элементом в ЭС, что позволяет не рассматривать ее взаимодействие с аналогичными многоцепными объектами.

Эквивалентирование, необходимое для определения граничных значений напряжений и токов, при реализации ММ (1–3), может быть адекватно выполнено с помощью программного обеспечения, работающего в рамках расчета режимов при однопроводном задании ЭСЗ [8, 11–13].

IV. Заключение

Произведен анализ существующих подходов к решению задач УР в несимметричных объектах и процессах ЭС. В результате анализа обоснована несостоятельность допущений о симметрии в решении поставленной задачи. Предложена методика решения задач УР в ЭС, содержащих КМВЛ, с помощью теории ОЧП и МФК.

Результаты работы можно сформулировать как ряд ключевых выводов.

1. КМВЛ являются специфическим объектом ЭС, для которого в значительной мере актуальны вопросы учета электрических и магнитных взаимных связей между основными элементами

- (многочисленными проводами и ГЗТ) и реальной внутренней несимметрии.
2. Существующие средства методического и программного обеспечения не решают эти вопросы в полной мере.
 3. Предложено теоретическое решение поставленной задачи и пути его реализации.
 4. Для КМВЛ получены ММ в A , B и Y -формах ОЧП, которые позволяют определить в фазных координатах параметры УР для КМВЛ любой конструкции.
 5. Эквивалентирование, необходимое при определении граничных значений напряжений и токов при реализации ММ ОЧП собственно КМВЛ, может быть адекватно выполнено с помощью однопроводного программного обеспечения.

© Гольдштейн В.Г., 2018

© Ведерников А.С., 2018

© Борисова Ю.А., 2018

Библиографический список

- [1] Shishkov E., Vedernikov A., Goldstein V., Podshivalova N. A calculation of steady – state condition of compact – combined power transmission line using phase coordinate method // in Proc. XIII Int. Conf. on Electrical Machines, Drives and Power Systems – ELMA 2011, October 2011, Varna, Bulgaria. – P. 215-221.
- [2] Идельчик В.И. Электрические системы и сети. М.: Энергоатомиздат, 1989. – 592 с.
- [3] Ведерников А.С., Гольдштейн В.Г., Халилов Ф.Х. Повышение надежности и энергоэффективности двухцепных линий электропередачи. М.: Энергоатомиздат, 2010. – 272 с.
- [4] Шишков Е.М. Анализ установившихся режимов многоцепных воздушных линий электропередачи на основе метода фазных координат: автореф. дис. канд. техн. наук, ТПУ, Томск, 2013. – 24 с.
- [5] Якимчук Н.Н. Применение метода фазных координат для анализа несимметричных режимов электроэнергетических систем: автореф. дис. канд. техн. наук, ВятГГУ, Киров, 2000.
- [6] Закарюкин В.П., Крюков А.В. Сложнонесимметричные режимы электрических систем. Иркутск: изд-во Иркут. ун-та, 2005. – 273 с.
- [7] Шишков Е.М., Ведерников А.С., Гольдштейн В.Г. Влияние несимметрии параметров двухцепной воздушной линии электропередачи на установившиеся режимы // Электричество. 2013. № 4, 2013. С. 9-18.
- [8] Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. М.; Л.: Энергия, 1964. – 704 с.
- [9] Fortescue C.L. Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks. AIEE Transactions, vol. 37, part. II, 1918. – P. 1027-1140.

- [10] Вагнер К.Ф., Эванс Р.Д. Метод симметричных составляющих. Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1936. – 410 с.
- [11] Кадомская К.П., Лавров Ю.А., Лаптев О.И. Электрооборудование высокого напряжения нового поколения. Основные характеристики и электромагнитные процессы. Новосибирск: НГТУ, 2008. – 343 с.
- [12] Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники, 4-е изд, Том 2. СПб.: Питер, 2004. – 576 с.
- [13] Файбисович Д.Л. Справочник по проектированию электрических сетей, 4-е изд. М.: ЭНАС, 2012. – 376 с.

V.G. Goldstein, A.S. Vedernikov, J.A. Borisova

CONSTRUCTION AND MATHEMATICAL MODELS OF MULTI-CHAIN OVERHEAD POWER TRANSMISSION LINES

Samara State Technical University

Abstract. Territorial restrictions in developing electrical systems determine the economic feasibility of using combined multi-chain overhead power transmission lines (QMOPTL), combining two or more rated voltages. An important feature of the QMOPTL is the high intensity of the electromagnetic interaction between the numerous wires in their composition, which makes it urgent to take into account the electrical and magnetic mutual relations in the QMOPTL. These issues are not solved with the help of existing methodical and software tools in full. The article is devoted to the development of QMOPTL mathematical models for analysis of stationary steady-state modes in a multi-wire formulation. The theoretical solution of the problem is proposed with the use of the position of theoretical electrical engineering in the definition of symmetries and asymmetries for real processes and modern electrical installations in the structure of electrical systems, the theory of four – terminal network with generalization to multi-wire asymmetric QMOPTL, hypermatrix mathematical models adapted for applying the phase coordinate method. Mathematical models of four-terminal networks in *A*, *B*, and *Y* forms have been developed that allow one to determine the steady-state parameters in phase coordinates for QMOPTL of any design.

Keywords: equivalent four-terminal network, four-terminal network, hypermatrix equations, longitudinal resistances, overhead power transmission lines, phase coordinate method, steady-state mode, transverse conductances, voltage unbalance.

References

- [1] E. Shishkov, A. Vedernikov, V. Goldstein and N. Podshivalova. A calculation of the steady – state condition of the compact – coupled power transmission line using the phase – coordinate method // in proc. XIII Int. Conf. on Electrical Machines, Drives and Power Systems - ELMA 2011, October 2011, Varna, Bulgaria, pp. 215-221.

-
- [2] V.I. Idelchik. Electrical systems and networks. Moscow: Energoatomizdat, 1989.
 - [3] A.S. Vedernikov, V.G. Goldstein and F.Kh. Khalilov. Increase of reliability and energy efficiency of two-conductor power transmission lines. Moscow: Energoatomizdat, 2010.
 - [4] E.M. Shishkov. Analysis of steady-state regimes of multi-chain overhead power transmission lines based on the method of phase coordinates // Cand. of Tech. S. thesis, Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia, 2013.
 - [5] N.N. Yakimchuk. Application of the method of phase coordinates for the analysis of asymmetric modes of electric power systems // Cand. of Tech. S. thesis, VyatSTU, Kirov, Russia, 2000.
 - [6] V.P. Zakaryukin and A.V. Kryukov. Complexly asymmetric modes of electrical systems. Irkutsk: Irkut. university, 2005.
 - [7] E.M. Shishkov, A.S. Vedernikov and V. G. Goldstein. Influence of asymmetry of parameters of a two-chain overhead transmission line on the established modes. *Electrichestvo*, vol. 14, pp. 9-18, 2013.
 - [8] S.A. Ulyanov. Electromagnetic transients in electrical systems. Moscow, Leningrad: Energia, 1964.
 - [9] C.L. Fortescue. Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of poly-phase networks. *AIEE Transactions*, vol. 37, part II, pp.1027-1140, 1918.
 - [10] C.F. Wagner and R.D. Evans. Symmetrical Components. New York: McGraw-Hill, 1933.
 - [11] K.P. Kadomskaya, Yu.A. Lavrov and O.I. Laptev. High-voltage electrical equipment of the new generation. Basic characteristics and electromagnetic processes. Novosibirsk: NSTU, 2008.
 - [12] K.S. Demirchya, L.R. Neiman, N.V. Korovkin and V.L. Chechurin. Theoretical Foundations of Electrical Engineering, ed. 4, T. 2. St. Petersburg: Piter, 2006.
 - [13] D.L. Faybisovich. Handbook on the design of electrical networks, ed. 4. Moscow: ENAS, 2012.