

УДК 621.314.2

А.С. Серебряков, В.Л. Осокин

УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТРАНСФОРМАТОРЕ

Нижегородский государственный инженерно-экономический университет

На основании уравнений состояния предложена математическая модель электромагнитных процессов в трансформаторе без учета потерь в магнитопроводе. Электромагнитные процессы в обмотках трансформатора описываются уравнениями с учетом того, что, согласно принципу Ленца, электродвижущая сила (ЭДС), индуцированная за счет изменения тока, имеет направление, препятствующее изменению тока, вызывающего эту ЭДС. Таким образом, положительное направление ЭДС самоиндукции направлено против положительного направления тока. Это отличает предложенную модель от принятой в литературе по электромеханике. Модель позволяет ввести единообразно в записи уравнений состояния для машин постоянного и переменного тока. Зависимость напряженности магнитного поля в сердечнике от индукции аппроксимирована с помощью гиперболического синуса. На предложенной модели в интегрированном пакете MathCAD исследованы переходные процессы при включении трансформатора под напряжение с нагрузкой и без нагрузки. Результаты исследования могут быть использованы при проектировании и эксплуатации интеллектуальных систем релейной защиты и автоматики силовых трансформаторов, питающих сложную переменную нагрузку.

Ключевые слова: магнитная цепь трансформатора, поток рассеивания, ток намагничивания, холостой ход, электрические цепи трансформатора, электромагнитные процессы.

1. Введение

При проектировании и эксплуатации интеллектуальных систем релейной защиты и автоматики силовых трансформаторов, питающих сложную переменную нагрузку, для принятия правильного решения необходимо анализировать установившиеся и переходные процессы, протекающие в трансформаторах при нормальных и аварийных режимах. Например, при одинаковом мгновенном значении броска тока в первичной обмотке трансформатора система защиты должна четко улавливать разницу между током короткого замыкания и намагничивающим током при включении трансформатора [1-3]. В первом случае защита должна срабатывать мгновенно.

венно, а во втором случае – не срабатывать, или срабатывать с выдержкой времени.

II. Постановка задачи исследования

Использование для этой цели методов классической математики во многих случаях оказывается весьма затруднительным из-за нелинейных зависимостей, связывающих в трансформаторе разные физические величины, а принятие многих допущений или использование графических методов дает лишь приближенные качественные решения [4-6]. Более эффективным методом анализа процессов является метод численного решения нелинейных дифференциальных уравнений состояния в интегрированном пакете компьютерной математики MathCAD. Для этого необходимо составить математическую модель трансформатора в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений в форме Коши, которая может решаться в пакете MathCAD с помощью метода Рунге-Кутты четвертого порядка [7]. Задачей, рассматриваемой в данной статье, является составление математической модели трансформатора и исследование электромагнитных процессов в трансформаторе на этой модели.

III. Материалы и методы. Принятые допущения

Рассмотрим основные положения метода численного решения дифференциальных уравнений на примере модели двухобмоточного трансформатора (рис. 1), который содержит две электрических цепи и одну магнитную цепь, связывающую эти электрические цепи. Математическая модель электромагнитных процессов в трансформаторе включает в себя дифференциальные уравнения равновесия электрических цепей для первичной и вторичной обмоток трансформатора и одно уравнение для магнитной цепи (ферромагнитного сердечника). В качестве допущения при создании модели примем, что потери мощности на перемагничивание ферромагнитного сердечника равны нулю.

Электромагнитные процессы в обмотках трансформатора описываются уравнениями, составленными по второму закону Кирхгофа с учетом того, что согласно принципу Ленца, ЭДС, индуцированная за счет изменения тока, имеет направление, препятствующее изменению тока, вызывающего данную ЭДС, т.е. положительное направление ЭДС самоиндукции направлено против положительного направления тока (рис. 1) [8]:

$$R_1 \cdot i_1 = u_1 - e_{c1} - e_1, \quad (1)$$

или, перенося выражения для ЭДС в левую часть, получим:

$$R_1 \cdot i_1 + e_{c1} + e_1 = u_1, \quad (2)$$

где u_1 – питающее напряжение, $e_{\sigma 1}$ и $e_{\sigma 2}$ – индуцированные ЭДС рассеяния первичной и вторичной обмоток.

Как видно из рис. 1, направление обоих ЭДС и тока в первичной обмотке трансформатора встречные, потому что первичная обмотка по отношению к питающей сети является приемником электрической энергии [8].

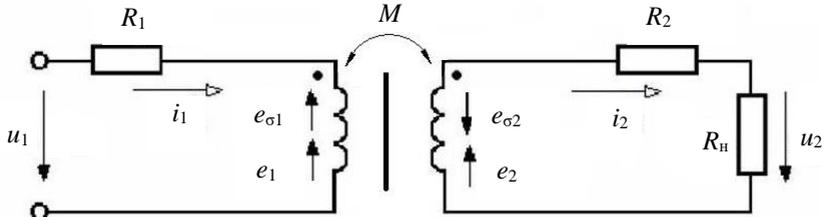


Рис. 1. Расчетная схема трансформатора с учетом взаимной индукции

ЭДС e_1 первичной обмотки w_1 , так же, как и ЭДС e_2 вторичной обмотки w_2 , создается за счет изменения основного магнитного потока Φ , который замыкается по стальному магнитопроводу. ЭДС e_1 в первичной обмотке:

$$e_1 = w_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3)$$

ЭДС рассеяния $e_{\sigma 1}$ первичной обмотки w_1 создается за счет изменения магнитного потока рассеяния $\Phi_{\sigma 1}$, который замыкается по немагнитной среде (воздух, масло, медь или алюминий), имеющей постоянную магнитную проницаемость. Вследствие этого поток рассеяния $\Phi_{\sigma 1}$ пропорционален току i_1 :

$$e_{\sigma 1} = L_{\sigma 1} \cdot \frac{di_1}{dt}. \quad (4)$$

Подставив значения ЭДС e_1 и $e_{\sigma 1}$ в уравнение (2), получим дифференциальное уравнение для первичной обмотки трансформатора:

$$R_1 \cdot i_1 + L_{\sigma 1} \cdot \frac{di_1}{dt} + w_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = u_1. \quad (5)$$

Аналогично запишем уравнения для вторичной обмотки w_2 , учитывая, что вторичная обмотка по отношению к нагрузке является источником электрической энергии и направление тока i_2 совпадает с направлением ЭДС взаимной индукции e_2 , а ЭДС рассеяния,

$$e_{\sigma 2} = L_{\sigma 2} \cdot \frac{di_2}{dt}, \quad (6)$$

индуктируемая током i_2 , направлена против этого тока:

$$R_2 \cdot i_2 + u_2 = e_2 - e_{\sigma 2}, \quad (7)$$

или

$$R_2 \cdot i_2 + R_H \cdot i_2 + e_{\sigma 2} = e_2. \quad (8)$$

Окончательно:

$$R_2 \cdot i_2 + R_H \cdot i_2 + L_{\sigma 2} \cdot \frac{di_2}{dt} = w_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt}. \quad (9)$$

В этих уравнениях R_1 и R_2 – активные сопротивления соответственно первичной и вторичной обмоток, обусловленные сопротивлением металла обмоток. $L_{\sigma 1}$ и $L_{\sigma 2}$ – индуктивности рассеяния первичной и вторичной обмоток. u_1 – переменное питающее напряжение, заданное как функция времени, u_2 – напряжение на выводах вторичной обмотки, то есть падение напряжения на сопротивлении R_H нагрузки, подключенной к выводам вторичной обмотки. В уравнениях (8) и (9) сопротивление нагрузки R_H активное.

Уравнение для магнитной цепи составим на основании закона полного тока, (второго закона Кирхгофа для магнитной цепи) [8]:

$$H \cdot l = \sum F = F_1 - F_2 = w_1 \cdot i_1 - w_2 \cdot i_2, \quad (10)$$

где H – напряженность магнитного поля в сердечнике трансформатора, l – длина средней линии магнитного поля в нем, $F_1 = w_1 \cdot i_1$ и $F_2 = w_2 \cdot i_2$ – магнитодвижущая сила (МДС) соответственно первичной и вторичной обмоток.

Напряженность магнитного поля в сердечнике из ферромагнитного материала является нелинейной функцией магнитной индукции. Эту зави-

симось аналитически можно аппроксимировать, например, с помощью гиперболического синуса [8]:

$$H = \alpha \cdot \sinh(\beta \cdot B), \quad (11)$$

где α и β – коэффициенты аппроксимации, B – магнитная индукция, Тл.

Выразим магнитную индукцию через поток Φ в сердечнике:

$$B = \frac{\Phi}{Q}, \quad (12)$$

где Q – площадь поперечного сечения сердечника.

С учетом уравнений (11) и (12), уравнение (10) запишется:

$$\alpha \cdot l \cdot \sinh\left(\beta \cdot \frac{\Phi}{Q}\right) = w_1 \cdot i_1 - w_2 \cdot i_2, \quad (13)$$

В результате получена система уравнений (5), (9) и (13), описывающих электромагнитные процессы в трансформаторе. Аналитическое решение этой системы нелинейных дифференциальных уравнений целесообразно выполнять численными методами.

IV. Математическая модель электромагнитных процессов в трансформаторе

Покажем, как решается система уравнений (5), (9) и (13) численным методом интегрирования дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты четвертого порядка в пакете компьютерной математики MathCAD. Продифференцируем уравнение (13):

$$\alpha \cdot l \cdot \frac{\beta}{Q} \cdot \cosh\left(\beta \cdot \frac{\Phi}{Q}\right) \cdot \frac{d\Phi}{dt} = w_1 \cdot \frac{di_1}{dt} - w_2 \cdot \frac{di_2}{dt}. \quad (14)$$

Введем обозначения:

$$A = \alpha \cdot l \cdot \frac{\beta}{Q} \quad \text{и} \quad b = \frac{\beta}{Q}.$$

Тогда уравнение (14) примет вид:

$$A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) \cdot \frac{d\Phi}{dt} = w_1 \cdot \frac{di_1}{dt} - w_2 \cdot \frac{di_2}{dt}. \quad (15)$$

Запишем систему трех дифференциальных уравнений (5), (9) и (15) в канонической форме:

$$\begin{aligned} L_{\sigma 1} \cdot \frac{di_1}{dt} + w_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} &= u_1 - R_1 \cdot i_1; \\ L_{\sigma 2} \cdot \frac{di_2}{dt} - w_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} &= -(R_2 \cdot i_2 + R_H \cdot i_2); \\ -w_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + w_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) \cdot \frac{d\Phi}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Систему (16) трех дифференциальных уравнений представим в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} L_{\sigma 1} & 0 & w_1 \\ 0 & L_{\sigma 2} & -w_2 \\ -w_1 & w_2 & A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \\ \frac{d\Phi}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 - R_1 \cdot i_1 \\ -(R_2 + R_H) \cdot i_2 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Решим систему уравнений (17) в матричной форме методом Крамера и определим:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{di_2}{dt} = \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad \text{и} \quad \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \quad (18)$$

где главный определитель системы:

$$\Delta = \begin{pmatrix} L_{\sigma 1} & 0 & w_1 \\ 0 & L_{\sigma 2} & -w_2 \\ -w_1 & w_2 & A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) \end{pmatrix} = L_{\sigma 1} \cdot L_{\sigma 2} \cdot A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) + L_{\sigma 1} \cdot w_2^2 + L_{\sigma 2} \cdot w_1^2; \quad (19)$$

где Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 – определители, которые получаются из главного определителя после замены соответствующего столбца столбцом свободных членов:

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} u_1 - R_1 \cdot i_1 & 0 & w_1 \\ -(R_2 + R_H) \cdot i_2 & L_{\sigma 2} & -w_2 \\ 0 & w_2 & A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) \end{pmatrix} = \quad (20)$$

$$= (u_1 - R_1 \cdot i_1) \cdot (L_{\sigma 2} \cdot A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) + w_2^2) - w_1 \cdot w_2 \cdot (R_2 + R_H) \cdot i_2;$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} L_{\sigma 1} & u_1 - R_1 \cdot i_1 & w_1 \\ 0 & -(R_2 + R_H) \cdot i_2 & -w_2 \\ -w_1 & 0 & A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) \end{pmatrix} = \quad (21)$$

$$= -L_{\sigma 1} \cdot (R_2 + R_H) \cdot i_2 \cdot A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) + w_1 \cdot w_2 \cdot (u_1 - R_1 \cdot i_1) + w_1^2 \cdot (R_2 + R_H) \cdot i_2;$$

$$\Delta_3 = \begin{pmatrix} L_{\sigma 1} & 0 & u_1 - R_1 \cdot i_1 \\ 0 & L_{\sigma 2} & -(R_2 + R_H) \cdot i_2 \\ -w_1 & w_2 & 0 \end{pmatrix} = L_{\sigma 1} \cdot w_2 \cdot (R_2 + R_H) \cdot i_2 + \quad (22)$$

$$+(u_1 - R_1 \cdot i_1) \cdot w_1 \cdot L_{\sigma 2}.$$

Таким образом, получим выражения для производных величин или запись дифференциальных уравнений трансформатора в форме Коши:

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{(u_1 - R_1 \cdot i_1) \cdot (L_{\sigma 2} \cdot A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) + w_2^2) - w_1 \cdot w_2 \cdot (R_2 + R_H) \cdot i_2}{L_{\sigma 1} \cdot L_{\sigma 2} \cdot A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) + L_{\sigma 1} \cdot w_2^2 + L_{\sigma 2} \cdot w_1^2}, \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{-L_{\sigma 1} \cdot (R_2 + R_H) \cdot i_2 \cdot A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) + w_1 \cdot w_2 \cdot (u_1 - R_1 \cdot i_1) - w_1^2 \cdot (R_2 + R_H) \cdot i_2}{L_{\sigma 1} \cdot L_{\sigma 2} \cdot A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) + L_{\sigma 1} \cdot w_2^2 + L_{\sigma 2} \cdot w_1^2}; \quad (23) \\ \frac{d\Phi}{dt} &= \frac{L_{\sigma 1} \cdot w_2 \cdot (R_2 + R_H) \cdot i_2 + (u_1 - R_1 \cdot i_1) \cdot w_1 \cdot L_{\sigma 2}}{L_{\sigma 1} \cdot L_{\sigma 2} \cdot A \cdot \cosh(b \cdot \Phi) + L_{\sigma 1} \cdot w_2^2 + L_{\sigma 2} \cdot w_1^2}. \end{aligned}$$

Интегрированный пакет MathCAD содержит набор функций для решения дифференциальных уравнений в форме Коши с начальными условиями методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Одна из них – функция `gkfixed` интегрирует дифференциальные уравнения с фиксированным шагом.

V. Результаты исследования

На рис. 2 показана программа решения системы дифференциальных уравнений (23) с помощью функции `gkfixed`. При использовании этой функции искомые величины системы уравнений (23) заменяются следующими компьютерными переменными: $i_1 = x_0$, $i_2 = x_1$, $\Phi = x_2$. Начальные условия, т. е. значения переменных в начальный момент времени $t = 0$ и

производные функций задаются в виде векторов x и $D(t, x)$. Начальные условия приняты нулевыми.

Решение системы дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитные процессы в однофазном трансформаторе

$$\text{Дано: } w1 := 600 \quad w2 := 60 \quad Q := 25 \cdot 10^{-4} \quad R1 := 1 \quad R2 := 0.01$$

$$L1 := 5 \cdot 10^{-3} \quad L2 := 0.05 \cdot 10^{-3} \quad Rn := 0.1$$

$$\alpha := 83.834 \quad \beta := 2.833 \quad l := 0.4 \quad A := \frac{\alpha \cdot l \cdot \beta}{Q} \quad b := \frac{\beta}{Q}$$

$$t := 0, 0.00001 .. 0.5 \quad Um := 1200 \quad u1(t) := Um \cdot \sin(314 \cdot t + 0)$$

$$x := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Вектор начальных условий}$$

Вектор производных

$$D(t, x) := \begin{bmatrix} \frac{(u1(t) - R1 \cdot x_0) \cdot [(L2 \cdot A) \cdot \cosh(b \cdot x_2) + w2^2] - w1 \cdot w2 \cdot (R2 + Rn) \cdot x_1}{L1 \cdot L2 \cdot A \cdot \cosh(b \cdot x_2) + L1 \cdot w2^2 + L2 \cdot w1^2} \\ \frac{-L1 \cdot (R2 + Rn) \cdot x_1 \cdot A \cdot \cosh(b \cdot x_2) + w1 \cdot w2 \cdot (u1(t) - R1 \cdot x_0) - w1^2 \cdot (R2 + Rn) \cdot x_1}{L1 \cdot L2 \cdot A \cdot \cosh(b \cdot x_2) + L1 \cdot w2^2 + L2 \cdot w1^2} \\ \frac{L1 \cdot w2 \cdot (R2 + Rn) \cdot x_1 + (u1(t) - R1 \cdot x_0) \cdot w1 \cdot L2}{L1 \cdot L2 \cdot A \cdot \cosh(b \cdot x_2) + L1 \cdot w2^2 + L2 \cdot w1^2} \end{bmatrix}$$

$$Z := \text{rkfixed}(x, 0, 0.5, 5000, D) \quad n := 0 .. 5000 \quad t_n := \frac{0.5}{5000} \cdot n$$

$$t_n := Z_{n,0} \quad i1_n := Z_{n,1} \quad i2_n := Z_{n,2} \quad \Phi_n := Z_{n,3}$$

Рис. 2. Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений в интегрированном пакете MATHCAD

В скобках функции `gkfixed` перечисляются через запятую: вектор начальных условий, начальная и конечная точка интервала интегрирования, число точек, не считая нулевой точки, и вектор первых производных искомых функций. Решение системы получается в виде матрицы, содержащей количество столбцов на единицу больше, чем количество уравнений. На рис. 2 матрица решения обозначена буквой Z . Первый столбец матрицы соответствует времени t , второй – первичному току i_1 , третий – вторичному току i_2 , четвертый – магнитному потоку Φ . На рис. 3 приведены зависимости i_1 , i_2 и Φ от времени t , полученные в результате решения системы уравнений (23). На рис. 3, г приведена составляющая первичного

тока, которая идет на создание магнитного поля в сердечнике и которую называют током намагничивания i_0 . Она определяется как разность МДС, отнесенная к числу витков первичной обмотке:

$$i_0 = \frac{w_1 \cdot i_1 - w_2 \cdot i_2}{w_1}. \quad (24)$$

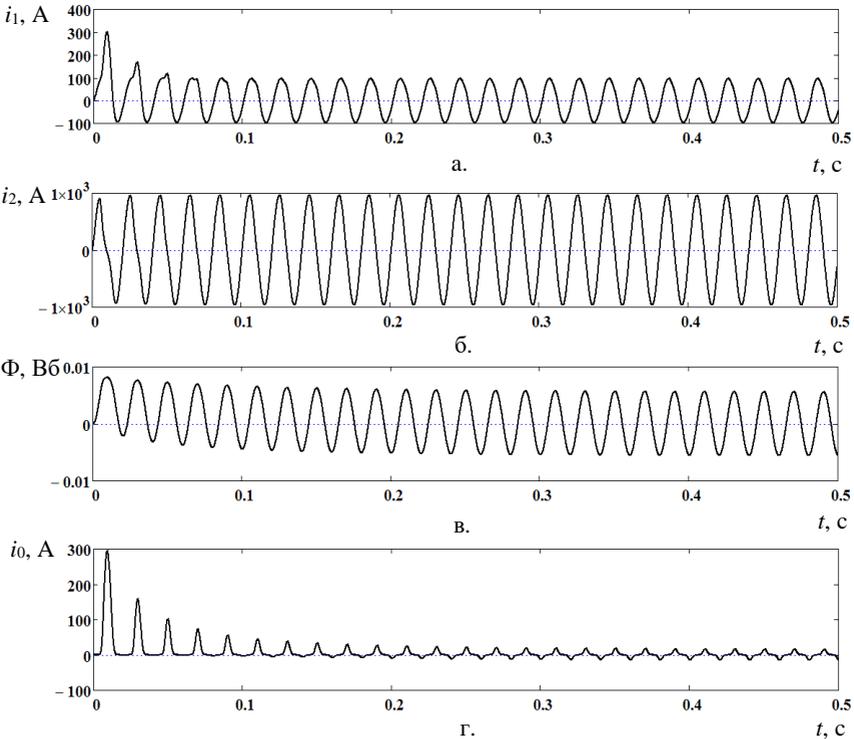


Рис. 3. Процесс включения трансформатора на синусоидальное напряжение:

а – ток первичной обмотки, б – ток вторичной обмотки,
в – магнитный поток в сердечнике, г – ток намагничивания.

Из рис. 3 видно, что при включении трансформатора с нагрузкой на синусоидальное напряжение, имеющее нулевую начальную фазу, наблюдается бросок первичного тока, который обусловлен броском тока намагничивания. Бросок тока намагничивания значительно превосходит его установившееся значение и обусловлен законом коммутации и нелинейно-

стью кривой намагничивания ферромагнитного сердечника трансформатора. Значение броска первичного тока намагничивания i_0 (рис. 3, г) при включении трансформатора на холостом ходу зависит и от того, какое начальное значение имела остаточная индукция в сердечнике трансформатора и соответственно поток Φ в сердечнике.

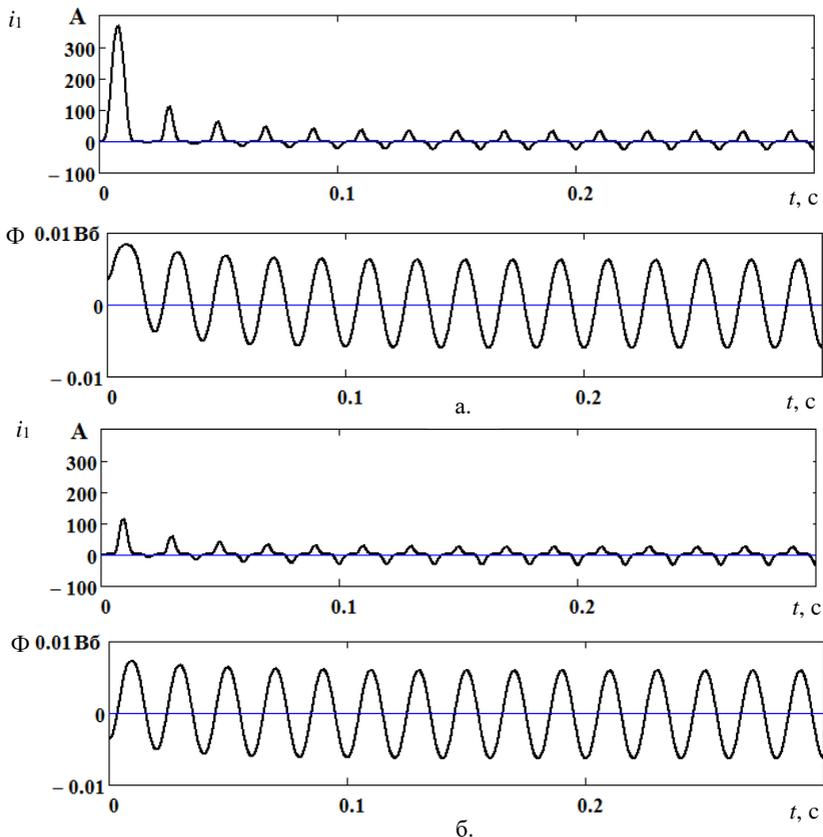


Рис. 4. Зависимости тока i_1 и потока Φ в сердечнике трансформатора от времени в процессе включения трансформатора на холостом ходу, при разных значениях начального магнитного потока в сердечнике:

а) $\Phi_0 = 0,004$ Вб, б) $\Phi_0 = -0,004$ Вб

На рис. 4 приведены зависимости тока холостого хода и потока в сердечнике трансформатора от времени в процессе включения трансформатора при разных значениях начального (остаточного) магнитного потока в сердечнике.

На рис. 5. представлены фазовые соотношения тока намагничивания и магнитного потока в сердечнике трансформатора. Ток намагничивания и магнитный поток одновременно проходят через нулевые и максимальные значения. Следовательно, магнитный поток и первая гармоника тока намагничивания совпадают по фазе.

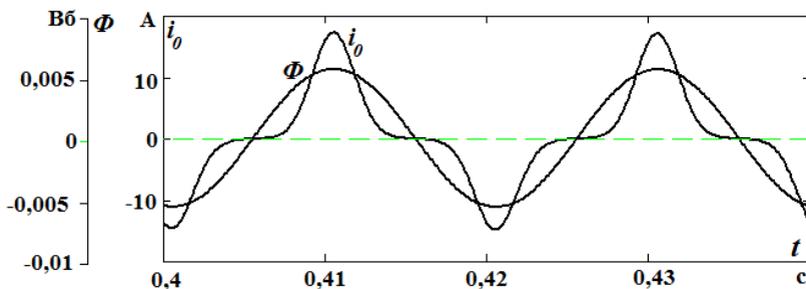


Рис. 5. Мгновенные значения тока намагничивания i_0 и магнитного потока Φ в сердечнике трансформатора

Из рис. 5 также видно, что ток намагничивания в трансформаторе несинусоидальный. Причина несинусоидальности тока намагничивания – нелинейность характеристики намагничивания стали, т.е. зависимость $B = f(H)$. Несинусоидальная кривая тока намагничивания может быть представлена суммой гармонических составляющих. Поскольку кривая тока симметрична относительно оси абсцисс, то она содержит только нечетные гармоники (1, 3, 5, 7 и т.д.) Сильнее всего в кривой намагничивающего тока выражена третья гармоника. Ее амплитуда составляет до 50 % от амплитуды первой гармоники. Остальные высшие гармоники выражены слабее, чем третья и поэтому их влиянием чаще всего пренебрегают.

Кривая намагничивания сердечника трансформатора (рис. 6), т.е., зависимость $B = B(H)$ построена по результатам вычислений в программе, приведенной на рис. 2 в процессе включения трансформатора. Из рисунка можно сделать вывод, что увеличение и уменьшение магнитной индукции происходит по одной и той же кривой. Это значит, что потери в сердечнике отсутствуют, как и было принято ранее по условиям анализа электромагнитных процессов.

Установившееся значение тока намагничивания в реальных трансформаторах невелико и составляет несколько процентов от номинального тока трансформатора. Однако, бросок намагничивающего тока при включении трансформатора может превысить установившееся значение в десятки раз, что необходимо учитывать при проектировании систем защиты.

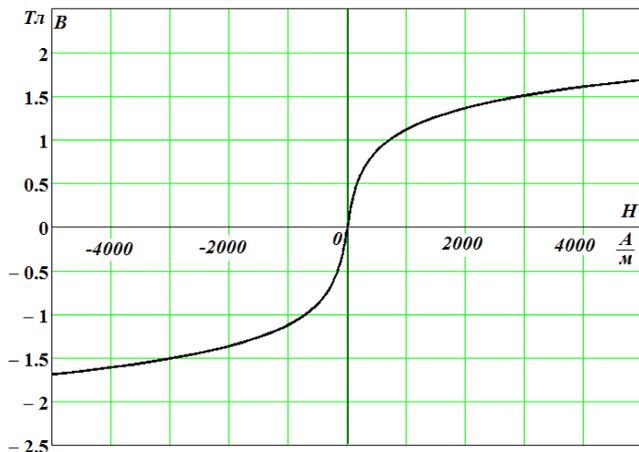


Рис. 6. Кривая намагничивания сердечника трансформатора, построенная по результатам решения

Во многих случаях, в первом приближении для упрощения анализа током намагничивания в установившемся режиме можно пренебречь и считать токи в обмотках трансформатора и поток в сердечнике практически синусоидальными. Не вносят большой погрешности и неучтенные потери в сердечнике трансформатора. Однако, более точный анализ требует учета и тока намагничивания и потерь в трансформаторе. Поэтому вторая часть работы будет посвящена вопросу рассмотрения электромагнитных процессов в трансформаторе с учетом потерь в стали магнитопровода.

VI. Заключение

На основании уравнений состояния предложена математическая модель электромагнитных процессов в трансформаторе. С помощью предложенной модели в интегрированном пакете MathCAD исследованы переходные процессы при включении трансформатора под напряжение с нагрузкой и без нагрузки.

Результаты исследования предложенной математической модели могут быть использованы при проектировании и эксплуатации интеллектуальных систем релейной защиты и автоматики силовых трансформаторов, питающих сложную переменную нагрузку. К таким трансформаторам можно отнести, например, тяговые трансформаторы электроподвижного состава железных дорог, электрифицированных на переменном токе.

Библиографический список

- [1] Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. В 2-х частях. Ч. 1. Машины постоянного тока. Трансформаторы. Изд. 3-е. Л.: Энергия, 1972. – 544 с.
- [2] Вольдек А.И., Попов В.В. Электрические машины. Введение в электромеханику. Машины постоянного тока и трансформаторы. СПб.: Питер, 2007. – 320 с.
- [3] Петров Г.Н. Электрические машины. В 3-х частях. Ч. 1. Введение. Трансформаторы. М.: Энергии, 1974. – 240 с.
- [4] Беспалов В.Я. Котеленец Н.Ф. Электрические машины. М.: Издательский центр Академия, 2006. – 320 с.
- [5] Копылов И.П. Электрические машины. 6-е изд. М.: Высшая школа, 2009. – 607 с.
- [6] Лизунов С.Д., Лоханин А.К. Силовые трансформаторы. Справочная книга. М.: Энергоиздат, 2004. – 616 с.
- [7] Серебряков А.С., Шумейко В.В. MATHCAD и решение задач электротехники. М.: Маршрут, 2005. – 240 с.
- [8] Серебряков А.С. Трансформаторы. М.: Издательский дом МЭИ, 2013. – 360 с.

A.S. Serebryakov, V.L. Osokin

**STATE EQUATIONS AND MATHEMATICAL
MODEL OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES
IN TRANSFORMER.**

Nizhny Novgorod State University of Engineering and Economics
Knyaginino, Russia

Abstract. Based on the equations of state, a mathematical model of electromagnetic processes in a transformer is proposed without taking into account losses in the magnetic circuit. Electromagnetic processes in the transformer windings are described by equations taking into account the fact that, according to the Lenz principle, the EMF, induced by changing the current, has a direction that prevents the change of the current causing this EMF. Thus, the positive direction of the EMF of self-induction is directed against the positive direction of the current. This distinguishes the proposed model from that adopted in the literature on electromechanics and allows us to introduce uniformity in the record of the equations of state for DC and AC machines. The dependence of the magnetic field strength in the core on induction is approximated using the hyperbolic sine. On the proposed model in the integrated package MathCAD, transients are investigated when the transformer is energized with and without a load. The results of the study of the proposed mathematical model can be used in the design and operation of intelligent relay protection and automation systems for power transformers that supply complex variable loads.

Keywords: electrical circuits of the transformer, electromagnetic processes, idling, magnetizing current, the flow of dispersion, transformer magnetic circuit.

References

- [1] M.P. Kostenko and L.M. Piotrovsky, *Elektricheskie mashiny. Ch. 1. Mashiny postoyannogo toka. Transformatory*. 3rd ed. Leningrad: Energia, 1972 (in Russian).
- [2] A.I. Voldek and V.V. Popov, *Elektricheskie mashiny. Vvedenie v elektromekhaniku. Mashiny postoyannogo toka i transformatory*. St. Petersburg: Piter, 2007 (in Russian).
- [3] G.N. Petrov, *Elektricheskie mashiny. Ch. 1. Vvedenie. Transformatory*. Moscow: Energia, 1974 (in Russian).
- [4] V.Ya. Bespalov and N.F. Kotelenets, *Elektricheskie mashiny*. Moscow: Publishing Center "Academy", 2006 (in Russian).
- [5] I.P. Kopylov, *Elektricheskie mashiny*. 6th ed. Moscow: Higher school, 2009 (in Russian).
- [6] S.D. Lizunov and A.K. Lokhanin, *Silovye transformatory. Spravochnaya kniga*. Moscow: Energoizdat, 2004 (in Russian).
- [7] A.S. Serebryakov and V.V. Shumeiko, *MATCAD i reshenie zadach elektrotekhniki*. Moscow: Marshrute, 2005 (in Russian).
- [8] A.S. Serebryakov, *Transformatory*. Moscow: Publishing House MPEI, 2013 (in Russian).