Поступила в редакцию 22.08.2020 УДК 621.3 DOI 10.46960/2658-6754\_2020\_3\_16

### А.И. Ермолаев

# ОЦЕНКА СНИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ В СОСТАВЕ МНОГОДВИГАТЕЛЬНОГО АГРЕГАТА

Институт проблем машиностроения РАН Нижний Новгород, Россия

Предложены математические и имитационные модели для исследования процессов механической синхронизации расположенных на едином вязкоупругом основании асинхронных электродвигателей с неуравновешенными роторами в установившемся режиме работы и модели для исследования потерь мощности и тепловых процессов. Синхронизация механических колебаний возникает вследствие взаимодействия упругих сил в основании при действии на него периодических вынуждающих сил, порождаемых вращением неуравновешенных роторов электродвигателей. На основе этих моделей построены зависимости, описывающие связь между потерями мощности в обмотках двигателей марки ИВ-99Б, изменением скольжения ротора и установившейся температурой двигателя, с одной стороны, и радиусом эксцентриситета и жесткостью колеблющегося основания - с другой. При увеличении радиуса эксцентриситета ротора наблюдались явление захвата частоты, при котором частота вращения ротора ИВ-99Б снижалась на некоторое значение вблизи резонансной, и явление Зоммерфельда, при котором асинхронный двигатель не достиг заданной частоты вращения, а остановился на резонансной. Установлено, что в этих режимах суммарные потери мощности могут превысить потери при номинальном режиме в 2-3 раза, а ток в статорной обмотке – в 1,5-2,5 раза. Экспериментальные исследования синхронизации колебаний двух двигателей на общем основании подтвердили хорошую точность предложенных моделей.

Ключевые слова: асинхронный электродвигатель, вынужденные колебания, механическая синхронизация, нагрев электродвигателя, неуравновешенный ротор, потери мощности.

### І. Введение

Механическая синхронизация, возникающая в процессе работы многодвигательных агрегатов, оказывает негативное влияние на их электроприводы, состоящее в ускорении износа подшипников и трущихся частей, снижении точности позиционирования рабочих органов, увеличении тока (а, следовательно, и нагрева), повышении электрических потерь [1, 2]. При конструировании таких объектов как прокатные станы, локомотивы, бумагоделательные машины, металлорежущие станки, в которых несколько электроприводов установлено на одну станину, важно учитывать эти явления. Например, неустойчивая синхронизация наблюдалась у мотор-компрессора локомотива, находящегося на одной платформе с тяговым приводом [3].

Внешние вибрационные воздействия также участвуют в процессах механической синхронизации [4-5]. Изменение скорости двигателя в условиях вибрации может привести к тяжелейшему из явлений синхронизации – захвату частоты, при котором скорость вращения ротора не достигает требуемого значения [6-8]. Захват частоты может произойти и без постороннего источника колебаний, а вследствие так называемого эффекта Зоммерфельда, выражающегося в неспособности двигателя с неуравновешенным ротором преодолеть барьер, создаваемый упругими силами основания на частоте его собственных колебаний [9]. Эффекту Зоммерфельда больше всего подвержены двигатели малой мощности и машины, работающие на малых оборотах.

Исследованию явлений синхронизации в природе и ее теоретическому описанию посвящены работы Блехмана И.И., Кононенко В.О., Пиковского А.А, Фролова К.В. и др. Изучением условий возникновения и устранения синхронизации в многодвигательных агрегатах занимались Васильков В.Б., Ковригин Д.А., Леонтьева А.В., Ярошевич Н.П. Взаимовлиянию синхронизации электроприводов и возникающих вследствие этого динамических процессов посвящены труды Байкова А.И, Бычкова А.Е., Гордеева Б.А. Анализ научных работ [1-20] покаывает, что как общим вопросам синхронизации колебаний в разных областях физики, так и синхронизации двигателей с неуравновешенными роторами посвящено большое количество работ. Вместе с тем, очевидно отсутствие исследований, изучающих влияние синхронизации электродвигателей на протекающие в них электромагнитные и тепловые процессы и оценку электрических потерь вследствие захвата частоты.

### **II.** Физическая модель двух асинхронных электродвигателей, расположенных на общем вязкоупругом основании

Исследования явлений синхронизации (захвата частоты, эффекта Зоммерфельда), возникающей при работе двух электродвигателей, закрепленных на едином вязкоупругом основании, рассмотрены в работах [3-5, 15-20]. Вязкоупругое основание (часть станины агрегата) и расположенные на нем двигатели могут быть представлены физической моделью динамической колебательной системы с одной степенью свободы относительно оси y (рис. 1). Два двигателя жестко установлены на платформе массой m. Вязкоупругие связи характеризуют жесткость и демпфирование участка станины. Для симметричной модели электромеханической системы задаются коэффициенты жесткости C и сопротивления вертикальному движению роторов двигателей –  $\mu$ .



Рис. 1. Физическая модель двух двигателей с неуравновешенными роторами, расположенных на вязкоупругом основании (ВУО)

В целях последующей верификации исследуемой модели натурными испытаниями в качестве двигателей выбраны асинхронные электродвигатели (АД) с неуравновешенными роторами с моментами инерции *J<sub>i</sub>*.

Составим уравнения динамики неуравновешенных роторов АД в обобщенных координатах [4]. Таковыми являются углы поворота роторов –  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и вертикальные перемещения центров масс роторов АД –  $y_1$ ,  $y_2$ . Дифференциальные уравнения линейного движения роторов 1-го и 2-го АД, согласно [4], могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{cases} \ddot{y}_{1} - \frac{mr_{1} \cdot (\ddot{\varphi}_{1} \cdot \sin \varphi_{1} + \dot{\varphi}_{1}^{2} \cdot \cos \varphi_{1})}{m + m_{1}} = \frac{-\mu \cdot \dot{y}_{1} - C \cdot y_{1}}{m + m_{1}} + g \\ \ddot{y}_{2} - \frac{mr_{2} \cdot (\ddot{\varphi}_{2} \cdot \sin \varphi_{2} + \dot{\varphi}_{2}^{2} \cdot \cos \varphi_{2})}{m + m_{2}} = \frac{-\mu \cdot \dot{y}_{2} - C \cdot y_{2}}{m + m_{2}} + g \end{cases},$$
(1)

где  $m_1$ ,  $m_2$  – массы роторов первого и второго АД; m – масса платформы (с учетом масс статоров двигателей), g – ускорение свободного падения.

Вращательные движения центров масс роторов 1-го и 2-го АД с эксцентриситетами  $r_1$  и  $r_2$  с учетом сил сопротивления ВУО описываются следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} J_{1}\ddot{\varphi}_{1} = M_{1} - M_{c1} - \mu_{r1}\dot{\varphi}_{1} + (\ddot{y}_{1} - g) \cdot mr_{1} \cdot \sin\varphi_{1} \\ J_{2}\ddot{\varphi}_{2} = M_{2} - M_{c2} - \mu_{r2}\dot{\varphi}_{2} + (\ddot{y}_{2} - g) \cdot mr_{2} \cdot \sin\varphi_{2} \end{cases},$$
(2)

где  $J_1$ ,  $J_2$  – моменты инерции роторов;  $r_1$ ,  $r_2$  – радиусы эксцентриситета роторов;  $M_1$ ,  $M_2$  – электромагнитные моменты электродвигателей;  $M_{c1}$ ,  $M_{c2}$  – моменты нагрузки электропривода;  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  – углы поворота роторов, отсчитываемые от положительной полуоси x,  $\mu_{r1}$ ,  $\mu_{r2}$  – коэффициенты сопротивления вращению роторов.

Математическая модель, описывающая электромеханическое взаимодействие АД друг с другом и с ВУО и составленная с применением теории пространства состояний, согласно (1) и (2) описывается (с учетом пренебрежения сопротивлением вращению роторов):

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} y\\ \dot{y}\\ \omega_{1}\\ \omega_{2}\\ \varphi_{1}\\ \varphi_{2} \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} \dot{y}\\ -\mu \cdot \dot{y} - C \cdot y + m_{1}r_{1}\omega_{1}^{2} \cdot \cos\varphi_{1} + m_{2}r_{2}\omega_{2}^{2} \cdot \cos\varphi_{2} \\ M_{c1}\\ M_{c2}\\ \omega_{1}\\ \omega_{2} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где матрица системы А имеет следующий вид:

	1	0	0	0	0	0
	0	т	$-m_1r_1\cdot\sin\varphi_1$	$-m_2r_2\cdot\sin\varphi_2$	0	0
4 -	0	$-m_1r_1\cdot\sin\varphi_1$	$J_{1}$	0	0 0	
A –	0	$-m_2r_2\cdot\sin\varphi_2$	0	$\boldsymbol{J}_2$	0	0
	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	1

Как следует из (3), динамическое поведение ВУО зависит от скоростей вращения АД, масс и радиусов эксцентриситета роторов. Наличие эксцентриситета роторов приводит к непостоянству во времени моментов сопротивления на валах электродвигателей, отчего возникают пульсации скоростей вращения роторов.

Закон электромагнитного взаимодействия статора и ротора каждого из АД относительно производной потокосцепления имеют вид линейных дифференциальных уравнений [16, 17, 21]:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{d\Psi_{sx}}{dt} = U_{sx} - C_1 \cdot \Psi_{sx} + C_2 \cdot \Psi_{rx} + \omega_k \cdot \Psi_{sy} \\ \frac{d\Psi_{sy}}{dt} = U_{sy} - C_1 \cdot \Psi_{sy} + C_2 \cdot \Psi_{ry} - \omega_k \cdot \Psi_{sx} \\ \frac{d\Psi_{rx}}{dt} = C_3 \cdot \Psi_{sx} - C_4 \cdot \Psi_{rx} + (\omega_k - \omega) \cdot \Psi_{ry} , \\ \frac{d\Psi_{ry}}{dt} = -C_3 \cdot \Psi_{ry} + C_4 \cdot \Psi_{sy} - (\omega_k - \omega) \cdot \Psi_{rx} \\ M = \frac{p \cdot L_{sr}}{L_s \cdot L_r - L_{sr}^2} \cdot (\Psi_{sy} \cdot \Psi_{rx} - \Psi_{sx} \cdot \Psi_{ry}) \end{array} \right|$$
(4)

<sup>где</sup> 
$$C_1 = \frac{R_s \cdot L_r}{L_s \cdot L_r - L_{sr}^2};$$
  $C_2 = \frac{R_s \cdot L_{sr}}{L_s \cdot L_r - L_{sr}^2};$   $C_3 = \frac{R_r \cdot L_s}{L_s \cdot L_r - L_{sr}^2};$   $C_4 = \frac{R_r \cdot L_{sr}}{L_s \cdot L_r - L_{sr}^2};$ 

 $R_s, R_r, L_s, L_r, L_{sr}$  – параметры схем замещения АД, значения которых берутся из справочника по электрическим машинам [22];  $\Psi_{sx}, \Psi_{sy}, \Psi_{rx}, \Psi_{ry}$  – проекции потокосцеплений статора и ротора на оси вращающейся системы координат *xy*;  $U_{sx}, U_{sy}$  – проекции питающего напряжения на оси *x* и *y*; *M* – электромагнитный момент двигателя; *p* – число пар полюсов;  $\omega$  – синхронная частота двигателя;  $\omega_k$  – частота вращения системы координат *xy*.

Процессы электромагнитного взаимодействия магнитных полей статора и ротора описываются первыми четырьмя уравнениями системы (4). Скорость вращения ротора АД определяется из фундаментального уравнения равновесия моментов электропривода [21]:

$$M - M_{\rm c} = J_{\Sigma} \cdot \ddot{\varphi} = J_{\Sigma} \cdot \dot{\omega}. \tag{5}$$

В процессе своей работы АД неизбежно нагревается из-за потерь в обмотках, в стали и трения в механических узлах. Нагрев двигателя удобно оценивать путем решения уравнения теплового баланса [23]:

$$dQ = dQ_1 + dQ_2, \tag{6}$$

где dQ – количество теплоты, образовавшейся в двигателе;  $dQ_1$  – теплота, идущая на нагрев АД;  $dQ_2$  – теплота, отведенная в окружающую среду.

Уравнение (6) может быть представлено и в ином виде:

$$\frac{\Delta P}{G \cdot c_m} = \frac{d\theta}{dt} + \frac{\lambda \cdot S}{G \cdot c_m} \cdot \theta , \qquad (7)$$

где  $\Delta P$  – потери мощности в электродвигателе; G – масса электродвигателя;  $c_m$  – удельная теплоемкость АД;  $\theta = \theta_{_{2}\pi} - \theta_{_{0}x\pi}$  – разница между температурами электродвигателя  $\theta_{_{2}\pi}$  и окружающей среды  $\theta_{_{0}x\pi}$ ;  $\lambda$  – общий коэффициент теплоотдачи; S – площадь охлаждаемой поверхности АД.

Термодинамическая модель (7) справедлива при некоторых допущениях [23]:

• температура окружающей среды и условия отвода тепла постоянны;

• теплопроводность всех элементов конструкции АД одинакова.

Решение уравнения теплового баланса электродвигателя при его пуске представляется в следующем виде:

$$\theta = \frac{\Delta P}{\lambda \cdot S} \left( 1 - e^{-\frac{\lambda \cdot S}{G \cdot c_m} t} \right) = \theta_{\text{ycr}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \tag{8}$$

где  $\theta_{ycr}$  – установившаяся температура при непрерывном нагревании двигателя источником тепла мощности  $\Delta P$ ;  $\tau$  – постоянная времени нагрева.

Уравнение теплового баланса (7) применяется также при исследовании тепловых процессов в режимах S3-S8 работы электропривода, и при его работе в условиях меняющейся нагрузки. В первом случае учитывается начальная температура  $\theta_{\text{нач}}$  при изменении режима работы, а во втором также учитывается изменение потерь мощности  $\Delta P$ , нагревающих двигатель. Решение уравнения теплового баланса для этих случаев будет иметь следующий вид [23]:

$$\theta = \frac{\Delta P}{\lambda \cdot S} \left( 1 - e^{-\frac{\lambda \cdot S}{G \cdot c_m} t} \right) + \theta_{\text{Hav}} \cdot e^{-\frac{\lambda \cdot S}{G \cdot c_m} t} = \theta_{\text{ycr}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + \theta_{\text{Hav}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$
 (9)

Выражение (9) справедливо не только для случая нагрева, но и при охлаждении электродвигателя. Важно отметить, что  $\Delta P$  непостоянна во времени и состоит из потерь в стали  $\Delta P_{\text{стали}}$ , зависящих от частоты питающего напряжения, потерь при трении в подшипниках  $\Delta P_{\text{мех}}$  и активных потерь в обмотках, зависящих от токов. Потери в меди статора  $\Delta P_{\text{ст}}$  и ротора  $\Delta P_{\text{рот}}$  трехфазного АД зависят от нагрузки и определяются выражениями [23]:

$$\begin{cases} \Delta P_{\rm cr} = 3 \cdot I_{\rm cr}^2 \cdot R_{\rm cr} \\ \Delta P_{\rm por} = 3 \cdot I_{\rm por}^2 \cdot R_{\rm por} \end{cases}, \tag{10}$$

где  $I_{ct}$  и  $I_{pot}$  – действующие значения токов статора и ротора;  $R_{ct}$  и  $R_{pot}$  – активные сопротивления обмоток статора и ротора соответственно.

При синхронизации, вследствие изменения момента нагрузки по (5), меняется и электромагнитный момент, что, в свою очередь, приводит к изменению токов статора и ротора и потерь мощности [21, 23]:

$$M = \frac{P_{\text{M}}}{\omega} = \frac{3 \cdot I_{\text{por}}^2 \cdot R_{\text{por}}}{s \cdot \omega} = \frac{3 \cdot I_{\text{cr}}^2 \cdot R_{\text{cr}} \cdot \cos \varphi - \Delta P_{\text{сталн}}}{\omega}, \qquad (11)$$

где  $P_{_{3M}}$  – электромагнитная мощность; *s* – скольжение ротора; соs $\phi$  – коэффициент мощности АД;  $\Delta P_{_{\text{стали}}}$  – потери мощности в стали статора.

В случае работы двигателя при изменяющейся нагрузке вместо действительного значения тока используют его эквивалентное значение *I*<sub>экв.ст</sub> [23]:

$$I_{_{3KB,CT}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} i^{2} dt} = \sqrt{\frac{I_{cT1}^{2} \cdot t_{1} + I_{cT2}^{2} \cdot t_{2} + \dots + I_{cTN}^{2} \cdot t_{N}}{t_{1} + t_{2} + \dots + t_{N}}},$$
 (12)

где T – период колебаний тока; i – мгновенное значение тока статора;  $I_{ct1}...I_{ctN}$  – действительные значения токов статора в интервалах времени  $t_1...t_N$ .

Аналогичное выражение можно написать для эквивалентного тока ротора  $I_{_{3KB,P}}$ . Таким образом, потери мощности, приводящие к нагреву электродвигателя, определяются выражением:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{Mex}} + \Delta P_{\text{стали}} + 3 \cdot I_{\text{экв.ст}}^2 \cdot R_{\text{ст}} + 3 \cdot I_{\text{экв.р}}^2 \cdot R_{\text{рот}}.$$
(13)

Необходимо отметить, что (13) имеет ограниченную точность, которая дополнительно снижается при резком изменении частоты питающей сети и скорости АД [23]. Однако, поскольку синхронизация будет рассматриваться в режиме установившейся скорости, потери в стали  $\Delta P_{\text{стали}}$  и потери от трения  $\Delta P_{\text{мех}}$  можно принять постоянными. По представленным математическим моделям (3)-(5), (10)-(12) была разработана имитационная модель в пакете программ *Matlab Simulink* с целью исследования динамического поведения АД с неуравновешенными роторами, установленных на едином ВУО [24, 25]. При этом в рамках настоящего исследования интерес представляет влияние жесткости ВУО и параметров эксцентриситетов роторов АД на их скорости и токи в статорной и роторной обмотках, а также связанные с этим электрические потери и нагрев. Исследование синхронизации двигателей будет проведено в установившемся режиме.

### III. Описание модели для исследования динамического поведения асинхронных электродвигателей с неуравновешенными роторами

Рассмотрим влияние синхронизации колебаний электродвигателей на примере вибрационного стенда, оснащенного парой вибраторов ИВ-99Б (U = 380 B, f = 50 Гц, n = 3000 об/мин, P = 0.5 кВт) [26]. Колебательная система имеет одну степень подвижности (в направлении силы тяжести), как показано на рис. 1. Имитационная модель системы двух АД на ВУО приведена на рис. 2. Показаны четыре подсистемы, две из которых описывают электромаг-

нитные процессы в электродвигателях, формирующие электромагнитный момент, третья описывает колебания вязкоупругого основания (станины или стола), на котором установлены электродвигатели, а четвертая позволяет определить потери мощности в обмотках электродвигателей.



### Рис. 2. Имитационная модель динамического поведения двух неуравновешенных двигателей, расположенных на общем основании

На входы блоков электродвигателей (рис. 2) поступают сигналы, пропорциональные значениям фактических скоростей вращения роторов, частоты и амплитуды питающих напряжений обмоток статоров, а с выходов снимаются значения электромагнитных моментов. Модель определяет генерируемые вращением неуравновешенных роторов вынуждающие силы, действующие на станину, и вычисляет амплитуды и частоты линейных и крутильных колебаний всех элементов системы. Колебания ВУО оказывают обратное силовое воздействие на неуравновешенные роторы АД, влияя на скорости их вращения переменной составляющей момента сопротивления  $M_c$ , суммируемой с его постоянной составляющей. Исходные данные для модели представлены в табл. 1.

	-
Параметр	Значение
Амплитуда питающего напряжения	535 B
Частота питающего напряжения	50 Гц
Число пар полюсов ИВ-99Б	1
Скорость вращения ротора	2775 об/мин
КПД ИВ-99Б	72,7 %
соs <i>ф</i> ИВ-99Б	0,82
Параметры $[R_s; R_r; X_s; X_r; X_{sr}]$ (в о.е.)	[0,13; 0,096; 0,049; 0,083; 2,5]
Параметры [C <sub>1</sub> , C <sub>2</sub> , C <sub>3</sub> , C <sub>4</sub> ]	[-0,542; -16,339; -0,236; -12,065]
Момент инерции вала ротора	0,0009 кг·м²
Момент инерции нагрузки АД1	0,0002 кг·м²
Момент инерции нагрузки АД2	0,0004 кг·м²
Момент сопротивления	1 Н м
Масса вала ротора ИВ-99Б	pprox 3 KG
Масса дебалансов (нагрузки)	pprox 2 кг
Постоянный момент нагрузки	0,046 кг м
Масса платформы с двигателями	70 кг
Коэффициент демпфирования	0,1 H·с/м
Коэффициент жесткости	(0,1-10) кН/мм
Радиус эксцентриситета ротора АД1	0,00005 м
Радиус эксцентриситета ротора АД2	(0,0001-0,002) м

## Таблица 1. Исходные данные для имитационной модели

Варьируемыми параметрами при моделировании являются коэффициент жесткости *C* ВУО и радиус эксцентриситета  $r_2$  одного из двигателей (АД2). Коэффициент жесткости ВУО в ходе эксперимента варьировался от 0,1 до 10 кН·мм. Такой выбор обусловлен тем, что в этот диапазон жесткостей попадает большинство элементов корпусов машин [1, 2, 10], а также значение, при котором частота собственных колебаний ВУО совпадет с частотой вынужденных колебаний, создаваемых двигателями. Поскольку нагрузка на валах АД мала и скорость роторов близка к синхронной (n = 3000 об/мин), жесткость, соответствующая резонансу, равна  $C_{pes} = m \cdot \omega^2 = 70 \cdot 314^2 = 6,9$  кН/мм. Радиус эксцентриситета  $r_2$  двигателя АД2 варьировался от 0,1 до 2 мм.

При определении потерь активной мощности  $\Delta P_{cr1}$ ,  $\Delta P_{por1}$ ,  $\Delta P_{cr2}$ ,  $\Delta P_{por2}$  потери в стали  $\Delta P_{craлн}$  были рассчитаны по известной формуле [27, 28]:

$$\Delta P_{\text{сталн}} = P_{1.9/50} \cdot \left(\frac{f_1}{50}\right)^{\beta} \cdot \left(\kappa_{\text{Д}a} \cdot B_a^2 \cdot m_a + \kappa_{\text{Д}z} \cdot B_z^2 \cdot m_{z1}\right) + P_{\text{ст.до6}} = 2,5 \cdot 1^{1.5} \cdot \left(1,6 \cdot 1,32^2 \cdot 2,1+1,8 \cdot 1,54^2 \cdot 0,37\right) + 0 = 18,58 \approx 20 \text{ Br}$$

где  $P_{1.0/50}$  – удельные потери в стали;  $\beta$  – показатель степени;  $f_1$  – синхронная частота двигателя;  $\kappa_{Дa}$  и  $\kappa_{Дz}$  – коэффициенты, учитывающие неравномерность потока и технологические факторы;  $B_a$  и  $B_z$  – магнитная индукция в ярме и зубцах статора соответственно;  $m_a$  и  $m_z$  – масса стали ярма и зубцов статора соответственно;  $D_1$  и  $\beta$  выбраны для стали марки 2013,  $\kappa_{Дa}$  и  $\kappa_{Дz}$  – для двигателей мощностью до 250 кВт,  $B_a$ ,  $B_z$ ,  $m_a$ ,  $m_z$  – рассчитаны для двигателя АИР63В2 [26-28]. Потери мощности на трение определены для номинального режима и составили  $P_{\text{мех}} = 89,50$  Вт. Добавочные потери в стали  $P_{\text{ст.доб}}$  в АД с короткозамкнутым ротором, как правило, не учитываются [28].

# IV. Анализ результатов моделирования процессов при синхронизации двух двигателей, расположенных на общем основании

Из полученных результатов моделирования следует, что синхронизация практически никак не отражается на работе двигателя АД1: наблюдается лишь несущественное увеличение пульсаций скорости в установившемся режиме вблизи собственной частоты ВУО и увеличение колебаний тока статора.

У двигателя АД2 при  $m_2 \cdot r_2 = 0,0005$  кг·м также наблюдался несущественный рост пульсаций скорости вблизи собственной частоты основания. Однако, начиная с  $m_2 \cdot r_2 = 0,005$  кг·м, в диапазоне коэффициентов жесткостей C = 6-7,5 кН/мм наблюдалось существенное снижение установившейся скорости вращения ротора (на 3-8 %), сопровождающееся значительным увеличением потерь в обмотках статора и ротора (в 2-4 раза). Зависимости скорости вращения ротора  $\omega_2$  и суммарной потери мощности в электродвигателе АД2 от C и  $m_2 \cdot r_2$  проиллюстрированы на рис. 3, а и рис. 3, б соответственное.



Рис. 3. Зависимость скорости вращения ротора (а) и суммарной потери мощности АД2 (б) от C и  $m_2 \cdot r_2$ 

Снижение значения резонансной частоты объясняется явлением Зоммерфельда, характерном для многомассовых систем. Суть явления применительно к рассматриваемой системе заключается в том, что в процессе разгона двигатель с неуравновешенным ротором АД2 не может преодолеть «энергетический барьер» на собственной частоте основания, вызванный действием упругих сил на эксцентриситет ротора. Параметры *С*, *m*<sub>2</sub> и *r*<sub>2</sub> определяют величину этого барьера, а мощность АД – способность преодолеть его.

Из-за роста потерь мощности, вызванных синхронизацией, по (8) электродвигатель АД2 подвержен усиленному нагреву, что при продолжительной работе может привести к его тепловой перегрузке. Результаты моделирования процесса нагревания АД2 представлены на рис. 4. На рис. 4, а приведена зависимость температуры  $\theta_{ycr}$ , на которую увеличится температура АД относительно температуры среды за 1 час работы, от параметров *C* и  $m_2 \cdot r_2$ .



Для анализа тепловых процессов в электродвигателях по модели (8) были приняты следующие исходные данные.

- 1. Удельная теплоотдача  $\lambda = 15 \text{ Br} / \text{м}^2 \cdot \text{°C}$  (по [29] для закрытых двигателей обычно принимается  $\lambda = 10-15 \text{ Br} / \text{м}^2 \cdot \text{°C}$ ).
- 2. Площадь теплоотдающей поверхности  $S = 0,323 \text{ м}^2$  [26].

- 3. Масса двигателя G = 10 кг [26].
- 4. Удельная теплоемкость двигателя ИВ-99Б  $c_m = (m_{ct} \cdot c_{ct} + m_{med} \cdot c_{med} + m_{an} \cdot c_{an}) / G = 643,82 Дж / кг · °С (по [26]).$

Результаты исследования подтвердили, что электродвигатели с неуравновешенными роторами, установленные на общем ВУО, подвержены явлению синхронизации даже при достаточной жесткости конструкции (C = 5-10 кН/мм). С ростом  $r_2$  наблюдается не только резкое увеличение потерь мощности и нагрев АД2, но и уменьшение установившейся скорости вращения. Температура АД при этом может вырасти более чем на 90 °C относительно температуры окружающей среды (причем температура обмоток и сердечника еще выше [27, 28]). Таким образом, учет параметров  $m_2 \cdot r_2$  и C при проектировании многодвигательных агрегатов является необходимой задачей.

# V. Экспериментальные исследования потерь мощности и тепловых процессов при синхронизации двух двигателей

Экспериментальное исследование влияния синхронизации двух двигателей ИВ-99Б с ВУО на их энергоэффективность было проведено в НИЛ «Управляемая виброзащита электромеханических комплексов» (НГТУ им. Р.Е. Алексеева) с целью подтверждения адекватности предложенной методики расчета потерь мощности и соответствующей ей имитационной модели.

При эксперименте посредством датчиков тока на эффекте Холла *LEM LA-55P* и осциллографа *Rigol DS*1102*E* измерялось значение тока. Измерение скорости АД2 выполнялось путем анализа вибрационных спектров, полученных с помощью виброметра ЭКОФИЗИКА-100А. Фотографии экспериментальной установки приведены на рис. 5.



Рис. 5. Экспериментальная установка для исследования потерь мощности при пуске неуравновешенных электродвигателей на едином основании

Первым варьируемым параметром являлся радиус эксцентриситета второго АД, регулирование которого осуществлялось посредством изменения положения дебалансов на валу двигателя согласно схеме, приведенной на рис. 6. Коэффициент жесткости основания оставался постоянным (C = 2,8 кH/мм), что соответствует частоте собственных колебаний  $\omega_0 = 201 \text{ рад/с}$  ( $\approx 32 \Gamma$ ц).



Рис. 6. Положения дебалансов ИВ-99Б

Вторым варьируемым параметром была выбрана частота питающего напряжения, генерируемого преобразователем частоты. Таким образом, проход через резонанс осуществляется теперь путем регулирования скорости вращения ротора двигателя. Этот параметр варьируется для обоих АД.

В [26] указаны значения вынуждающей силы при синхронной частоте вращения АД, пропорциональные радиусу эксцентриситета согласно (3). Полученные значения приведены в табл. 2.

Таблица 2.

Положение (рис. 8)	Вынуждающая сила, Н	Эксцентриситет, м
Ι	2500	0,0020
II	3400	0,0027
III	4100	0,0033
IV	4500	0,0036
VI	5000	0,0040

Параметры ИВ-99Б при различном расположении дебалансов

Графики зависимостей потерь мощности от радиуса эксцентриситета ИВ-99Б, полученные по формулам (10) и (12) по измеренным значениям токов статора АД, приведены на рис. 7.

Экспериментальные данные согласуются с результатами моделирования, представленными на рис. 3 и рис. 4, что говорит о хорошей точности модели. Из графиков видно, что наибольшие потери мощности возникают, когда синхронная частота АД на 10-20 % выше частоты собственных колебаний ВУО (Эффект Зоммерфельда). Захват частоты возникает в более широких пределах и при достаточно больших значениях параметра эксцентриситета может достигать  $f = (0,5 - 1,5) \cdot f_{pes}$ .



Рис. 7. Зависимости температуры нагрева и потерь мощности ИВ-99Б от параметра эксцентриситета  $m_2 \cdot r_2$  и частоты питающего напряжения  $\omega_{02}$ 

### VI. Заключение

Предложены модели для исследования динамических процессов, возникающих при синхронизации расположенных на едином ВУО АД с неуравновешенными роторами в установившемся режиме работы.

Получены зависимости, описывающие связь между потерями мощности в обмотках двигателей, изменением скольжения ротора и установившейся температурой двигателя в режиме S1, с одной стороны, и радиусом эксцентриситета ротора и жесткостью основания – с другой. Показано, что с увеличением радиуса эксцентриситета наблюдается снижение его скорости, особенно в диапазоне  $f = (1-1,2) \cdot f_{pes}$ . Это снижение скорости сопровождается ростом потерь мощности в 2-4 раза, что соответствует росту токов в статорной и роторной обмотках в 1,5-2,5 раза и нагреву двигателя на 40-90 °C. Обнаружен эффект Зоммерфельда, при котором двигатель АД2 не достиг заданной частоты вращения, а остановился на резонансной. Экспериментальные исследования синхронизации двух АД на общем ВУО подтвердили хорошую точность предложенных моделей.

В продолжение данной работы планируется математически формализовать представленные в работе зависимости, усовершенствовать модели для исследования тепловых, электромагнитных и механических процессов в переходных режимах, в том числе в среде мультифизического моделирования, предложить способы и средства для устранения синхронизации.

Исследования выполнены при поддержке Российского научного фонда, проект № 20-19-00372.

© Ермолаев А.И., 2020

#### Библиографический список

- [1] Блехман И.И. Вибрационная механика. М.: Физматлит, 1994. 400 с.
- [2] Фролов К.В. Вибрации в технике. Справочник в 6 томах. Т. 1. Колебания линейных систем. 2-е изд. М.: Машиностроение. 1999. – 504 с.
- [3] Гордеев Б.А., Ерофеев В.И., Ковригин Д.А., Синев А.В., Аббакумов Е.И. Взаимодействие силового агрегата мотор-компрессора электровоза с вибрационными полями в переходных режимах // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2002. № 4. С. 105-111.
- [4] Гордеев Б.А., Охулков С.Н., Плехов А.С., Титов Д.Ю. Биения, возникающие при синхронизации двух двигателей, установленных на общем вязкоупругом основании // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2016. № 2 (113). С. 75-85.
- [5] Гордеев Б.А. Математические модели виброзащитных систем. Н. Новгород: ННГАСУ, 2008. – 129 с.
- [6] Ермолаев А.И., Плехов А.С., Титов Д.Ю., Чернов Е.А. Оценка мощности вибрации в электроприводе // Электротехнические системы и комплексы. 2019. № 1 (42). С. 30-37.
- [7] Ermolaev A., Plekhov A., Titov D., Y. Vagapov, Vibration damping in a motor drive shaft system operating under active power flow oscillation // in proc. I2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus), Jan. 29 - Feb. 01, 2018, Moscow, Russia, pp. 1723-1727.
- [8] Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. – 496 с.
- [9] Блехман И.И., Васильков В.Б., Ярошевич Н.П. О некоторых возможностях совершенствования вибрационных машин с самосинхронизирующимися инерционными вибровозбудителями // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 3. С.18-22.
- [10] Кононенко В.О. Нелинейные колебания механических систем. Киев: Наук. думка, 1980. – 382 с.
- [11] Фролов К.В. Колебания машин с ограниченной мощностью источника энергии и переменными параметрами // Нелинейные колебания и переходные процессы в машинах. М.: Наука, 1972. – С. 5-16.
- [12] Блехман И.И. Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981. 351 с.
- [13] Pikovsky A., Maistrenko Y.L. Syncronization: Theory and applications // NATO Science Series II. Mathematics, Physics and Chemistry, vol. 109. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2003. – 258 p.

- [14] Леонтьева А., Гордеев Б. Самосинхронизация динамических объектов. Системы двух и трех двигателей, установленные на вязкоупругом основании. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 80 с.
- [15] Блехман И.И., Ярошевич Н.П. Переходные режимы в инерционно-возбуждаемых послерезонансных вибрационных устройствах с несколькими степенями свободы // Нелинейные проблемы теории колебаний и теории управления. Вибрационная механика. СПб.: Наука, 2009. С. 215–238.
- [16] Байков А.И., Дарьенков А.Б., Плехов А.С., Титов Д.Ю., Гордеев Б.А., Охулков С.Н. Анализ вибраций двигателей, смонтированных на одном основании // IX Межд. конф. «Автоматизированный Электропривод АЭП-2016», Октябрь 03-07, 2016, Пермь, Россия. Пермь: ПНИПУ, 2016. С. 8-12.
- [17] Байков А.И., Гордеев Б.А. Математическая модель электромеханической системы с изменяемой диссипативностью // IX Межд. конф. «Автоматизированный Электропривод АЭП-2016», Октябрь 03-07, 2016, Пермь, Россия. Пермь: ПНИПУ, 2016. С. 4-7.
- [18] Bychkov A.E., Buller A.E., Kuznetsova E.A. Digital methods of synchronization for electric drive unbound mechanically // in proc. 2019 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), March 25-29, 2019, Sochi, Russia, pp.1-5.
- [19] Гордеев Б.А., Леонтьева А.В. Условия возникновения частотной синхронизации двух асинхронных двигателей в зависимости от характеристик основания // Вестник научно-технического развития. № 10 (50). 2011. С. 14-24.
- [20] Гордеев Б.А., Ковригин Д.А., Леонтьева А.В. Синхронизация вращения роторов двух двигателей на упругом основании // Вестник машиностроения. 2011. № 10. С. 3-7.
- [21] Онищенко Г.Б. Теория электропривода. М.: ИНФРА-М, 2015. 294с.
- [22] Кравчик А.Э. Асинхронные двигатели серии 4А: справочник. М: Бурса, 2002.
- [23] Дюбей К.Г. Основные принципы устройства электроприводов. М.: Техносфера, 2009. – 481 с.
- [24] Ермолаев А.И., Титов Д.Ю., Титов Е.Ю. Динамическая модель неуравновешенного электропривода на вязкоупругом основании с виброзащитной системой. Свво о рег. прогр. для ЭВМ 2019610286 RU, заявл. 20.12.18; опубл. 09.01.19.
- [25] Гордеев Б.А., Ермолаев А.И., Охулков С.Н., Плехов А.С., Титов Д.Ю., Титов Е.Ю. Динамическая модель двух несбалансированных электродвигателей, установленных на общее вязкоупругое основание. Св-во о рег. прогр. для ЭВМ 2019664083 RU, заявл. 22.10.19; опубл. 30.10.19.
- [26] Руководство по эксплуатации 2 1.003 РЭ. Вибраторы электромеханические общего назначения ИВ–98Б, ИВ–99Б, ИВ-99Н, ИВ-105-2.2, ИВ-105Н-2.2, ИВ– 107А, ИВ–107Н, ИВ-107А-1.5, ИВ-107Н-1,5. ОАО «Ярославский Завод «Красный Маяк», 2012. – 16 с.
- [27] Копылов И.П. Электрические машины. М.: Энергоатомиздат, 1986. 360 с.
- [28] Копылов И.П., Клоков Б.К., Морозкин В.П., Токарев Б.Ф. Проектирование электрических машин. 3 изд. М.: Высшая школа, 2002. – 757 с.
- [29] Жадан В.А., Говязова С.В. Тепловой расчет электрических машин закрытого исполнения с естественным охлаждением и оребренным корпусом // Известия Томского Политехнического Университета. 2005. № 308 (7). С. 174-178.

## A.I. Ermolaev

## ESTIMATION OF ELECTRIC POWER REDUCTION DURING MECHANICAL SYNCHRONIZATION OF INDUCTION MOTORS IN A MULTI-MOTOR MACHINES

Mechanical Engineering Research Institute of RAS Nizhny Novgorod, Russia

Abstract. The article proposes mathematical and simulation models for the study of mechanical synchronization processes of asynchronous electric motors (induction motors) with unbalanced rotors located on a single viscoelastic base in steady-state operating mode and models for the study of power losses and thermal processes. Synchronization of mechanical oscillations appears due to the interaction of elastic forces arising in the base under the action of periodic driving forces generated by the unbalanced rotors rotation. As a result of the study of these models, dependencies that describe the relationship between the power losses in the windings of IV-99B motors, the rotor slip and the steady-state temperature of the motor on the one hand and the eccentricity radius and stiffness coefficient of the oscillating base on the other hand were obtained. The phenomenon of frequency locking (injection locking) was observed with an increase in the eccentricity radius of the rotor: the speed of the IV-99B rotor decreased by a certain value near the resonant one; also, the Sommerfeld phenomenon was observed: the asynchronous motor did not reach the specified rotational speed, but stopped at the resonant frequency of the base oscillations. It has been established that in these modes the total power losses can exceed the losses in the nominal mode by 2-3 times, and the current in the stator winding by 1.5-2.5 times. Experimental studies of oscillations synchronization of two motors on a single base confirmed the good accuracy of the proposed models.

**Keywords:** asynchronous electric motor, driven oscillations, electric motor heat, mechanical synchronization, power losses, unbalanced rotor.

#### References

- [1] I.I. Blekhman, *Vibracionnaya mekhanika [Vibrational mechanics]*. Moscow: Fizmatlit, 1994 (in Russian).
- [2] K.V. Frolov, Vibracii v tekhnike: Spravochnik v 6 tomah. T. 1: Kolebaniya linejnyh sistem. [Vibrations in technology. Vol. 1: Linear systems oscillations]. 2nd ed. Moscow: Mashinostroenie, 1999 (in Russian).
- [3] B.A. Gordeev, V.I. Erofeev, D.A. Kovrigin, A.V. Sinev and E.I. Abbakumov, "Vzaimodejstvie silovogo agregata motor-kompressora elektrovoza s vibracionnymi polyami v perekhodnyh rezhimah [Interaction of the electric locomotive motorcompressor power plant with vibrational fields in the transient regimes]", Problemy Mashinostroeniya i Nadezhnosti Mashin [Journal of Machinery Manufacture and Reliability], no 4., pp. 105-111, Jan. 2002 (in Russian).

- [4] B.A. Gordeev, S.N. Okhulkov, A.S. Plekhov and D.Yu. Titov, "Beats occurring at unstable synchronization of the two engines mounted on a common viscoelastic base", *Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev*, no. 2 (113), pp. 75-85, 2016 (in Russian).
- [5] B.A. Gordeev, Matematicheskie modeli vibrozashchitnyh sistem [Mathematical models of vibration proof systems]. N. Novgorod: NNGASU, 2008 (in Russian).
- [6] A.I. Ermolaev, A.S. Plekhov, D.Yu. Titov and E.A. Chernov, "Vibration power estimation in electric drive", *Electrotechnical Systems and Complexes*, vol. 1, is. 42, pp. 30-37, 2019 (in Russian).
- [7] A. Ermolaev, A. Plekhov, D. Titov and Y. Vagapov, "Vibration damping in a motor drive shaft system operating under active power flow oscillation", in proc. 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus), Jan. 29 - Feb. 01, 2018, Moscow, Russia, pp. 1723-1727.
- [8] A. Pikovsky, M. Rosenblum, J. Kurths, Synchronization. A universal concept in nonlinear sciences. Cambridge University Press, 2002.
- [9] I.I. Blekhman, V.B. Vasil'kov and N.P. Yaroshevich, "On some opportunities for improving vibration machines with self-synchronizing inert vibration exciters", *Journal* of Machinery Manufacture and Reliability, vol. 42, no. 3, pp. 192-195, 2013.
- [10] V.O. Kononenko, Nelinejnye kolebaniya mekhanicheskih sistem [Nonlinear oscillations of a mechanical systems]. Kiev: Nauk. dumka, 1980 (in Russian).
- [11] K.V. Frolov, "Kolebaniya mashin s ogranichennoj moshchnost'yu istochnika energii i peremennymi parametrami [Oscillations of power-limited machines with variable parameters]", Nelinejnye kolebaniya i perekhodnye processy v mashinah [Non-linear oscillations and transients in machines]. Moscow: Nauka, 1972, pp. 5-16 (in Russian).
- [12] I.I. Blekhman, Synchronization in Science and Technology. New York: ASME Press, 1988.
- [13] A. Pikovsky and Y. Maistrenko, "Syncronization: Theory and applications", in NATO Science Series. II. Mathematics, Physics and Chemistry, vol.109. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [14] A. Leont'eva and B. Gordeev, Samosinhronizaciya dinamicheskih ob"ektov. Sistemy dvuh i trekh dvigatelej, ustanovlennye na vyazkouprugom osnovanii [Dynamic objects self-synchronization. Two and three motors installed on a viscoelastic base systems]. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016 (in Russian).
- [15] I.I. Blekhman and N.P. Yaroshevich, "Transition regimes in inertially excited transresonant vibration devices with several degrees of the carrier system", in *Nelinejnye* problemy teorii kolebanij i teorii upravleniya. Vibracionnaya mekhanika [Nonlinear problems of oscillation theory and control theory. Vibration mechanics]. St. Petersburg: Nauka, 2009, pp. 215-238 (in Russian).
- [16] A.I. Baykov, A.B. Dar'enkov, A.S. Plekhov, D.Yu. Titov, B.A. Gordeev and S.N. Okhulkov, "Analyzing vibration of motors mounted on a single foundation", in proc. *IX Int. Conf. on Power Drives Systems (ICPDS' 2016)*, Oct. 03-07, 2016, Perm, Russia, pp. 8-12 (in Russian).
- [17] A.I. Baykov and B.A. Gordeev, "Electromechanic system mathematic model with dissipation displacement", in proc. IX Int. Conf. on Power Drives Systems (ICPDS' 2016), Oct. 03-07, 2016, Perm, Russia, pp. 4-7 (in Russian).
- [18] A.E. Bychkov, A.E. Buller and E.A. Kuznetsova, "Digital methods of synchronization for electric drive unbound mechanically", in proc. 2019 International Conference on

Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), March 25-29, 2019, Sochi, Russia, pp.1-5.

- [19] B.A. Gordeyev and A.V. Leont'eva, "Conditions of occurrence syntonization of two asynchronous motor depending on basis characteristics", *Bulletin of Science and Technical Development*, vol. 10, no. 50, pp. 14-24, 2011 (in Russian).
- [20] B.A. Gordeev, D.A. Kovrigin and A.V. Leont'eva, "Rotor synchronization of two motors on an elastic base", *Russian Engineering Research*, vol. 31, no. 10, pp. 923-927, 2011 (in Russian).
- [21] G.B. Onishchenko, *Teoriya elektroprivoda [Theory of electric drive]*. Moscow.: INFRA-M, 2015 (in Russian).
- [22] A.E. Kravchik, Asinhronnye dvigateli serii 4A: spravochnik [Iductror motors series 4A: Handbook]. Moscow: Bursa, 2002 (in Russian).
- [23] G.K. Dubey, Fundamentals of Electrical Drives. Alfa Science, 2001.
- [24] A.I. Ermolaev, D.Yu. Titov and E.Yu. Titov, "Dinamicheskaya model' neuravnoveshennogo elektroprivoda na vyazkouprugom osnovanii s vibrozashchitnoj sistemoj [Dynamic model of an unbalanced electric drive on a viscoelastic base with vibration protection system]", Comp. program 2019610286 RU, Jan. 09, 2019 (in Russian).
- [25] B.A. Gordeev, A.I. Ermolaev, S.N. Ohulkov, A.S. Plekhov, D.Yu. Titov and E.Yu. Titov, "Dinamicheskaya model' dvuh nesbalansirovannyh elektrodvigatelej, ustanovlennyh na obshchee vyazkouprugoe osnovanie [Dynamic model of two unbalanced electric motors mounted on a common viscoelastic base]", Comp. program 2019664083 RU, Oct. 30, 2019 (in Russian).
- [26] Manual 2 1.003 RE. Vibratory elektromekhanicheskie obshchego naznacheniya IV– 98B, IV–99B, IV-99N, IV-105-2.2, IV-105N-2.2, IV–107A, IV–107N, IV-107A-1.5, IV-107N-1,5 [Electromechanical vibrators of general purpose]. PC "Lighthouse YF", 2012 (in Russian).
- [27] I.P. Kopylov, *Elektricheskie mashiny [Electrical motors]*. Moscow: Energoatomizdat, 1986 (in Russian).
- [28] I.P. Kopylov, B.K. Klokov, V.P. Morozkin and B.F. Tokarev, *Proektirovanie elektricheskih mashin [Electrical motors design]*. 3rd ed. Moscow: High school, 2002 (in Russian).
- [29] V.A. Zhadan and S.V. Govyazova, "Teplovoj raschet elektricheskih mashin zakrytogo ispolneniya s estestvennym ohlazhdeniem i orebrennym korpusom [Thermal estimation of insulated electric motors with natural cooling and finned casing]", *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, vol. 308, no. 7, pp. 174-178, 2005 (in Russian).