

УДК 621.313.8

DOI 10.46960/2658-6754_2021_2_83

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ В ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТАХ ДЛЯ РАСЧЕТА МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕНТИЛЬНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

А.А. Афанасьев

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова
Чебоксары, Россия
afan39@mail.ru

Используя метод разделения переменных Фурье, получена двумерная аналитическая модель вентильного двигателя с постоянными магнитами в полярных координатах. В общую расчетную область модели входят ферромагнитные участки и постоянные магниты реальной конфигурации. Постоянные магниты ротора, токи обмотки статора и падения магнитного напряжения в зубцах статора являются источниками магнитного поля. Расчетные значения магнитной индукции в средах находятся с учетом геометрической структуры зубчатости статора, расположения постоянных магнитов и обмоточных гармоник магнитодвижущей силы. Расчетные значения функциональных характеристик вентильного двигателя, полученные с помощью численного моделирования, близки к его паспортным данным.

Ключевые слова: зубчатость статора, метод разделения переменных, обмоточные гармоники, постоянные магниты, электромагнитный момент.

Для цитирования: Афанасьев А.А. Применение метода разделения переменных в полярных координатах для расчета магнитоэлектрических вентильных двигателей // Интеллектуальная Электротехника. 2021. № 2. С. 83-99.
DOI: 10.46960/2658-6754_2021_2_83

APPLICATION OF METHOD OF SEPARATION OF VARIABLES IN THE CALCULATION OF MAGNETOELECTRIC BRUSHLESS DC ELECTRIC MOTORS

A.A. Afanasiev

Chuvash State University named after I.N. Ulyanov
Cheboksary, Russia
afan39@mail.ru

Abstract. A two-dimensional analytical model of a brushless DC electric motor with permanent magnets in polar coordinates is obtained on the basis of the Fourier

method. General design area of this model includes ferromagnetic sections and permanent magnets of a real configuration. The sources of the magnetic field are permanent magnets of the rotor, stator winding currents and the magnetic voltage drops in stator teeth. The calculated values of magnetic inductions in medium are based on the geometric structures of the stator gear, the location of permanent magnets and the winding harmonics of the magnetomotive force. The calculated values of the engine's functional parameters obtained on the model are close to its passport values.

Keywords: electromagnetic torque, Fourier method, separation of variables, permanent magnets, serration of the stator, winding harmonics.

For citation: A.A. Afanasiev, “Application of method of separation of variables in the calculation of magnetolectric brushless DC electric motors”, *Smart Electrical Engineering*, no. 2, pp. 83-99, 2021. DOI: 10.46960/2658-6754_2021_2_83

I. Постановка задачи

Вентильные двигатели (ВД) с постоянными магнитами (ПМ) находят широкое применение в управляемых электроприводах различных промышленных механизмов (в робототехнике, медицинской аппаратуре и др.) благодаря хорошим регулировочным характеристикам, высокому КПД, минимальным пусковым токам и небольшим массогабаритным показателям [1]. Однако специфичность ВД с ПМ как электромеханического объекта вызывает трудности при их расчете и проектировании. Трудности связаны, во-первых, с двумя разными, по своей природе, источниками магнитного поля: обмоткой переменного тока и постоянными высокоэнергетическими магнитами; во-вторых, с наличием зубчатости статорного сердечника и высших обмоточных гармоник, вызывающих нежелательные пульсации электромагнитного момента и тепловые потери от вихревых токов в теле магнитов.

Используя метод разделения переменных Фурье в полярных координатах, можно получить двумерную аналитическую модель магнитоэлектрического ВД, учитывающую реальную геометрию высокоэнергетических ПМ, пазов статора и фиксированной конечной магнитной проницаемости зубцов и ярем сердечников статора и ротора.

II. Особенности метода разделения переменных в полярной системе координат

Из математической физики известны решения уравнения Лапласа $\nabla^2 u(r, \varphi) = 0$ для круга, кольца и их наружных областей в форме краевых задач Дирихле, Неймана и смешанного типа [2, 3]. Их частные решения могут иметь вид:

$$u(r, \varphi) = (Ar^n + Br^{-n})(C \cos n\varphi + D \sin n\varphi), \quad (1)$$

где A, B, C, D – постоянные коэффициенты, рассчитываемые по известным формулам, учитывающим краевые условия задачи.

В прикладных устройствах активная область может состоять из набора примыкающих друг к другу колец. В этом случае постоянные кольца из (1) будут находиться из условий сопряжения рассматриваемого поля на границах совокупности колец.

Расчетная схема магнитоэлектрического ВД, содержащая 6 колец (6 сред), показана на рис. 1.

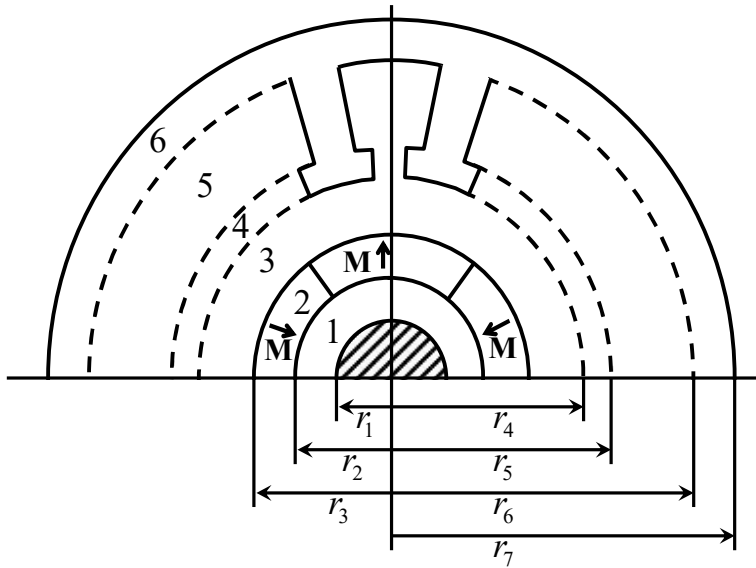


Рис. 1. Расчетная схема задачи с шестью средами:

- 1 – ярмо ротора; 2 – постоянные магниты с намагниченностью M ;
3 – воздушная среда (зазор); 4 – наконечники зубцов статора; 5 – зубцы статора;
6 – ярмо статора.

Fig. 1. Calculation scheme for a problem with six mediums:

- 1 – rotor yoke; 2 – permanent magnets with magnetization M ;
3 – air medium (gap); 4 – tips of stator teeth; 5 – stator teeth;
6 – stator yoke

Принятые следующие допущения [4].

1. Ферромагнитные среды линейны.
2. Вектор намагниченности магнитов имеет только одну компоненту $M = M_r$.
3. Справедлив принцип суперпозиции магнитных полей магнитов ротора (индуктора) и токов обмотки статора и магнитных напряжений в зубцах статора.

III. Расчет магнитного поля магнитов ротора

Исходные уравнения

Рассматриваемое магнитное поле потенциально и удовлетворяет дифференциальному уравнению Лапласа $\nabla^2 u = 0$, которое можно решить методом разделения переменных Фурье отдельно для каждой из шести названных выше сред (колец), стыкуя их граничные значения путем вычисления соответствующих постоянных.

Скалярные магнитные потенциалы $u_n(r, \varphi)$ и радиальные составляющие магнитной индукции $B_{nr}(r, \varphi)$ в указанных средах ($n = 1, 2, \dots, 6$) находятся из решения краевой задачи Неймана, когда источником магнитного поля являются только магниты ротора (ферромагнитные зубцы и ток обмотки статора отсутствуют):

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{1k} \frac{r_1}{k} \left(\frac{r_1}{r} \right)^k \cos kp\varphi; \\ B_{1r}(r, \varphi) = -\mu_0 \mu_p \frac{\partial u_1}{\partial r} = \mu_0 \mu_p \sum_{k=1}^{\infty} B_{1k} \left(\frac{r_1}{r} \right)^{k+1} \cos p\varphi; \\ r_1 \leq r \leq r_2, \end{array} \right. \quad (2)$$

где μ_p – относительная магнитная проницаемость ярма ферромагнитного сердечника ротора; p – число пар полюсов.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_2(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{2k} \frac{r_2}{k} \left(\frac{r_2}{r} \right)^k \cos kp\varphi; \\ B_{2r}(r, \varphi) = \mu_0 \left(-\frac{\partial u_2}{\partial r} + \mu_m \sum_{k=1}^{\infty} M_{rk} \cos kp\varphi \right) = \\ = \mu_0 \sum_{k=1}^{\infty} \left(B_{2k} \left(\frac{r_2}{r} \right)^{k+1} + \mu_m M_{rk} \right) \cos kp\varphi; \\ r_2 \leq r \leq r_3, \end{array} \right. \quad (3)$$

где μ_m – относительная магнитная проницаемость магнита.

Предполагается, что зависимость намагниченности $M = M(x)$ магнитов ротора известна и может быть представлена тригонометрическим рядом:

$$M(\varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} M_{rk} \cos kp\varphi; \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_3(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{3k} \frac{r_3}{k} \left(\frac{r_3}{r} \right)^k \cos kp\varphi, \\ B_{3r}(r, \varphi) = -\mu_0 \frac{\partial u_3}{\partial r} = \mu_0 \sum_{k=1}^{\infty} B_{3k} \left(\frac{r_3}{r} \right)^{k+1} \cos kp\varphi; \\ r_3 \leq r \leq r_4; \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_4(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{4k} \frac{r_4}{k} \left(\frac{r_4}{r} \right)^k \cos kp\varphi; \\ B_{4r}(r, \varphi) = -\mu_0 \frac{\partial u_4}{\partial r} = \mu_0 \sum_{k=1}^{\infty} B_{4k} \left(\frac{r_4}{r} \right)^{k+1} \cos kp\varphi; \\ r_4 \leq r \leq r_5; \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_5(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{5k} \frac{r_5}{k} \left(\frac{r_5}{r} \right)^k \cos kp\varphi; \\ B_{5r}(r, \varphi) = -\mu_0 \frac{\partial u_5}{\partial r} = \mu_0 \sum_{k=1}^{\infty} B_{5k} \left(\frac{r_5}{r} \right)^{k+1} \cos kp\varphi; \\ r_5 \leq r \leq r_6; \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_6(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{6k} \frac{r_6}{k} \left(\frac{r_6}{r} \right)^k \cos kp\varphi; \\ B_{6r}(r, \varphi) = -\mu_0 \mu_p \frac{\partial u_6}{\partial r} = \mu_0 \mu_c \sum_{k=1}^{\infty} B_{6k} \left(\frac{r_6}{r} \right)^{k+1} \cos kp\varphi \\ r_6 \leq r \leq r_7. \end{array} \right. \quad (8)$$

Намагниченность магнита можно представить равенством:

$$M = M_r + k_M \cdot H.$$

Тогда выражение для магнитной индукции имеет вид:

$$B = \mu_0 \cdot [M_r + (1+k_M) \cdot H].$$

У высокоэнергетических ПМ относительная магнитная проницаемость $\mu_m = (1 + k_m)$ близка к единице (коэффициент восприимчивости $k_m \approx 0$). Поэтому намагниченность M в (4) можно принять равной остаточной намагниченности M_r .

Расчет постоянных в уравнениях потенциалов и индукций

Входящие в уравнения (2), (3), (5-8) шесть постоянных B_{nk} , ($n = 1, 2, \dots, 6$) определяются из следующих шести граничных условий, получаемых приравниванием магнитных потенциалов и радиальных магнитных индукций на границах сред:

$$\begin{aligned} B_{1k} - B_{2k} &= 0; \\ -B_{2k} + \mu_p B_{1k} &= -m_k; \\ B_{2k} - B_{3k} &= 0; \\ B_{3k} - B_{4k} &= 0; \\ B_{4k} - B_{5k} &= 0; \\ -B_{5k} + \mu_c B_{6k} &= 0, \end{aligned}$$

где $m_k = M_k / k$.

По (5), (7) рассчитаны магнитные индукции в кольцах 3 и 5, вызванные магнитами ротора вентильного двигателя 6ДВМ 300 А35, показанные на рис. 2. Его технические данные: диаметр расточки статора 126 мм; активная длина 150 мм; высота неодим-железо-боровых магнитов 7,1 мм; $z = 24$; $2p = 4$.

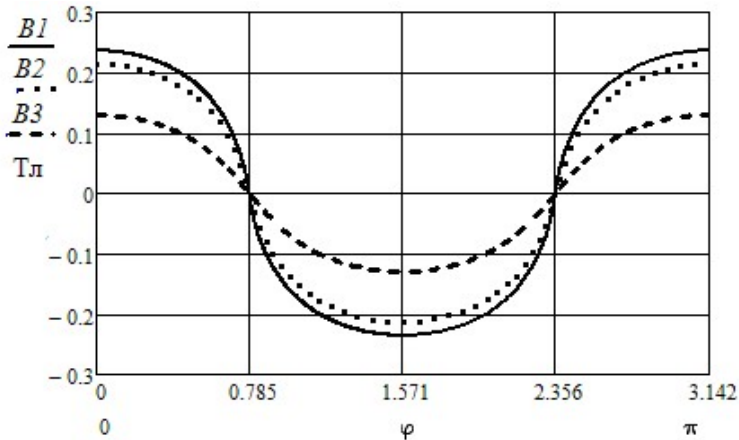


Рис. 2. Магнитные индукции: B_1, B_2 – на границах кольцевой области 3; B_3 – на середине кольцевой области 5

Fig. 2. Magnetic inductions: B_1, B_2 – at the boundaries of the annular region 3; B_3 – in the middle of the ring area 5

IV. Расчет магнитного поля обмотки статора

Магнитное поле \mathbf{H}^c , созданное током обмотки статора, является суммой потенциального \mathbf{H}_p^c и дополнительного \mathbf{H}_0^c магнитных полей [5]:

$$\mathbf{H}^c = \mathbf{H}_p^c + \mathbf{H}_0^c. \quad (9)$$

Расчет дополнительного магнитного поля.

Вектор дополнительного магнитного поля \mathbf{H}_0^c :

$$\mathbf{H}_0^c = \int_{r_4}^r [\Delta d\mathbf{l}], \quad (10)$$

где Δ – вектор плотности тока в проводниках обмотки.

При взятии интеграла в (10) в направлении против координаты r вектор дополнительного поля \mathbf{H}_0^c будет иметь только координатную составляющую φ , а магнитные листы с потенциалами МДС катушек обмотки статора будут расположены на нижней границе токового слоя (внизу пазов у шлицевых отверстий).

$$H_0^c = H_{0\varphi}^c = \Delta [r - (r_4 - h_2)], \quad (11)$$

где h_2 – высота паза статора.

Для расположения дополнительного поля только в токовом слое обмотки устанавливаем на его верхней границе два магнитных листа МДС с противоположными знаками (они, очевидно, в совокупности не будут источниками магнитного поля), линейные плотности токов которых равны $\mp H_{0\max}$. Магнитный лист с плотностью $(-H_{0\max})$, являющийся дельта функцией $\delta(r - r_4)$, при взятии интеграла (10) обнулит дополнительное поле на линии $r = r_4$. Вторым магнитным лист МДС будет источником потенциального магнитного поля обмотки статора [6].

Для бесконечно тонкого магнитного листа (МДС) m фазной обмотки статора справедливо выражение для бегущих волн основной и высших гармоник [7]:

$$F^c = \frac{m}{2} \sum_{k=0}^{\infty} F_{\max(2mk \pm 1)} [\sin \omega t \cos(2mk \pm 1) p\varphi \mp \cos \omega t \sin(2mk \pm 1) p\varphi], \quad (12)$$

$$\text{где } F_{\max(2mk \pm 1)} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \frac{wk_{w(2mk \pm 1)}}{(2mk \pm 1)p}.$$

Расчет потенциального магнитного поля обмотки статора.

Потенциальное магнитное поле, создаваемое магнитным листом с МДС, рассчитывается методом разделения переменных Фурье, решая красную задачу Дирихле отдельно для каждой из шести областей на рис. 1 и стыкуя их граничные значения путем вычисления соответствующих постоянных. Определяем скалярные магнитные потенциалы $u_j(r, \varphi)$ и радиальные составляющие магнитной индукции $B_{jr}(r, \varphi)$ в областях ($j = 1, 2, \dots, 6$), вызванные синусной составляющей МДС в (12) для времени $t = 0$. Косинусная составляющая в этот момент равна нулю.

$$F_1 = F_{sv} \sin \nu p \varphi, \quad (13)$$

где $F_{sv} = \frac{m}{2} F_{\max} \cos \omega t$; $\nu = 2mk \pm 1$; $\omega t = 0$.

Будем иметь следующие выражения для магнитных потенциалов и индукций при отсутствии магнитов ротора и зубцов статора:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(r, \varphi) = \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{1\nu} \left(\frac{r}{r_7} \right)^{\nu} \sin \nu p \varphi; \\ B_{1r}(r, \varphi) = -\mu_0 \mu_p \frac{\partial u_1}{\partial r} = -\mu_0 \mu_p \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B_{1\nu} \frac{r^{\nu-1}}{r_7^{\nu}} \sin \nu p \varphi; \\ r_1 \leq r \leq r_2; \end{array} \right. \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_2(r, \varphi) = \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{2\nu} \left(\frac{r}{r_7} \right)^{\nu} \sin \nu p \varphi; \\ B_{2r}(r, \varphi) = -\mu_0 \frac{\partial u_2}{\partial r} = -\mu_0 \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B_{2\nu} \frac{r^{\nu-1}}{r_7^{\nu}} \sin \nu p \varphi; \\ r_2 \leq r \leq r_3; \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_3(r, \varphi) = \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{3\nu} \left(\frac{r}{r_7} \right)^{\nu} \sin \nu p \varphi; \\ B_{3r}(r, \varphi) = -\mu_0 \frac{\partial u_3}{\partial r} = -\mu_0 \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B_{3\nu} \frac{r^{\nu-1}}{r_7^{\nu}} \sin \nu p \varphi; \\ r_3 \leq r \leq r_4; \end{array} \right. \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_3(r_3, \varphi) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(B_{3\nu} \left(\frac{r}{r_7} \right)^{\nu} + F_{s\nu} \right) \sin \nu p \varphi; \\ B_{3r}(r_3, \varphi) = -\mu_0 \frac{\partial u_3}{\partial r} = -\mu_0 \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B_{3\nu} \frac{r^{\nu-1}}{r_7^{\nu}} \sin \nu p \varphi; \\ r = r_4; \end{array} \right. \quad (17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_4(r, \varphi) = \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{4\nu} \left(\frac{r}{r_5} \right)^{\nu} \sin \nu p \varphi; \\ B_{4r}(r, \varphi) = -\mu_0 \frac{\partial u_4}{\partial r} = -\mu_0 \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B_{4\nu} \frac{r^{\nu-1}}{r_5^{\nu}} \sin \nu p \varphi; \\ r_4 \leq r \leq r_5; \end{array} \right. \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_5(r, \varphi) = \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{5\nu} \left(\frac{r}{r_7} \right)^{\nu} \sin \nu p \varphi; \\ B_{5r}(r, \varphi) = -\mu_0 \frac{\partial u_4}{\partial r} = -\mu_0 \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu B_{5\nu} \frac{r^{\nu-1}}{r_7^{\nu}} \sin \nu p \varphi; \\ r_5 \leq r \leq r_6; \end{array} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_6(r, \varphi) = \sum_{v=1}^{\infty} B_{6v} \left(\frac{r}{r_7} \right)^v \sin v p \varphi; \\ B_{6r}(r, \varphi) = -\mu_0 \mu_c \frac{\partial u_6}{\partial r} = -\mu_0 \mu_c \sum_{v=1}^{\infty} v B_{6v} \frac{r^{v-1}}{r_7^v} \sin v p \varphi; \\ r_6 \leq r \leq r_7. \end{array} \right. \quad (20)$$

Расчет постоянных в уравнениях потенциалов и индукций.

Входящие в (14)-(20) шесть постоянных B_{nv} , ($n = 1, \dots, 6$) определяются из следующих шести граничных условий, получаемых приравнением магнитных потенциалов и радиальных магнитных индукций на границах сред:

$$\begin{aligned} B_{1v} - B_{2v} &= 0; \\ -B_{2v} + \mu_p B_{1v} &= 0; \\ B_{2v} - B_{3v} &= 0; \\ B_{3v} - B_{4v} &= -F_{sv} \left(\frac{r_7}{r_3} \right)^v; \\ B_{4v} - B_{5v} &= 0; \\ -B_{5v} + \mu_c B_{6v} &= 0. \end{aligned}$$

Радиальные составляющие магнитной индукции в кольцевых областях 2, 3 и 5, вызванные номинальным током обмотки статора при отсутствии электротехнической стали в зубцовой зоне статора (в кольцах 4 и 5 на рис. 1) рассчитаны по (15), (16) и (19). Полученные зависимости показаны на рис. 3. Видим, что названные индукции сравнительно невелики.

V. Расчет магнитного поля,

вызванного падением магнитного напряжения в зубцах статора

Двумя другими источниками магнитного поля являются падения магнитного напряжения в ферромагнитных зубцах статора, принадлежащих двум средам (рис. 1): кольцу 4, содержащей узкие пазовые шлицы, и кольцу 5 с пазами статора. В первом приближении максимумы этих магнитных напряжений U_{mz4} и U_{mz5} (в некотором зубце) можно считать средними в названных полосах, вызванными магнитами ротора и током обмотки статора. Эти напряжения в ферромагнитных участках колец примем изменяющимися синусоидальным образом:

$$U_{z4(5)} = U_{mz4(5)} \cos p\varphi. \quad (21)$$

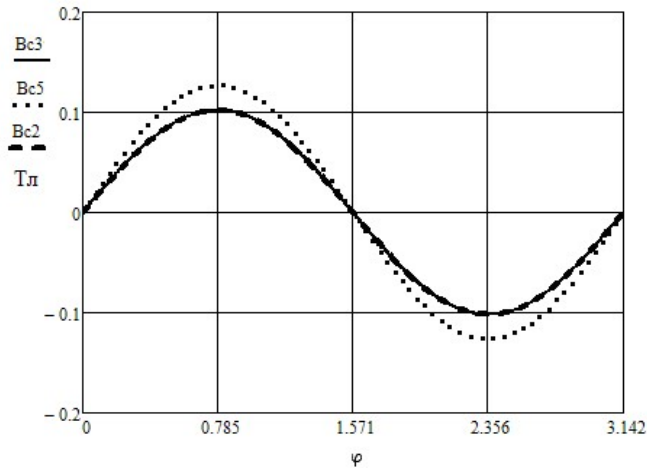


Рис. 3. Радиальные магнитные индукции от тока обмотки статора:
 B_{c2} – на нижнем краю кольца 2; B_{c3} – на середине воздушного зазора;
 B_{c5} – на нижнем краю кольца 5

Fig. 3. Radial magnetic inductions from the stator winding current:
 B_{c2} – at the bottom edge of ring 2; B_{c3} – in the middle of the air gap;
 B_{c5} – at the bottom edge of the ring 5

Магнитные напряжения в указанных областях формируют бесконечный тригонометрический ряд, коэффициенты которого вычисляются в предположении, что магнитные напряжения в воздушных участках (в шлицах и пазах) равны нулю:

$$u_{4(5)}(\varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} U_{4(5)}(k) \cos kp\varphi, \quad (22)$$

где

$$U_{4(5)}(k) = \frac{4U_{mz4(5)}}{zt_z} \sum_{k=1}^{\frac{z}{2p}} \int_{(k-1)t_z + \frac{b_1(2)}{2}}^{kt_z - \frac{b_2(2)}{2}} \cos p\varphi \cos kp\varphi d\varphi; \quad (23)$$

$t_z = 2\pi / z$ – зубцовый шаг статора; b_1, b_2 – соответственно ширины шлица и паза статора в механических радианах.

Максимумы магнитных напряжений U_{mz4} и U_{mz5} связаны с кривой намагничивания электротехнической стали известными равенствами:

$$U_{mz4(5)} = H_{m4(5)} h_{4(5)}, \quad (24)$$

где $H_{m4(5)}$, $h_{4(5)}$ – соответственно максимум напряженности магнитного поля в стали и высоты соответствующих элементов зубца.

Исходные уравнения.

Скалярные магнитные потенциалы $u_n(r, \varphi)$ и радиальные составляющие магнитной индукции $B_{ny}(r, \varphi)$ в названных средах ($n = 1, 2, \dots, 6$) определяют, когда единственным источником магнитного поля являются магнитные напряжения (или более физично: напряженности магнитного поля) зубцов в области 4. Магниты ротора и токи обмотки статора отсутствуют.

При этом, очевидно, расчет магнитных индукций, как в области 4, так и в других областях, связан с умножением магнитной напряженности на магнитную проницаемость $\mu_4(\varphi)$ ферромагнитной области 4. В этом случае обеспечивается соблюдение граничных условий для рассматриваемых полюсов: равенство магнитных потенциалов $u_n(r, \varphi)$ и нормальных составляющих магнитных индукций $B_{ny}(r, \varphi)$ на границах областей (колец).

Магнитные проницаемости $\mu_{4(5)}(\varphi)$ находятся в предположении, что магнитная характеристика является прямой, проходящей через начало координат и рабочую точку магнитной индукции на нелинейной зависимости $B = f(H)$:

$$\mu_{4(5)}(\varphi) = \left| \sum_{k=1}^{\infty} \mu_{4(5)}(k) \cos kp\varphi \right|, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \text{где } \mu_{4(5)}(k) &= \frac{4\mu_{z4(5)}}{zt_z} \sum_{k=1}^{\frac{z}{2p}} \int_{kt_z - h_{(2)}}^{kt_z} (\text{sign} \cos p\varphi) \cos kp\varphi d\varphi + \\ &+ \frac{4}{zt_z} \sum_{k=1}^{\frac{z}{2p}} \int_{kt_z - h_{(2)}}^{kt_z} (\text{sign} \cos p\varphi) \cos kp\varphi d\varphi. \end{aligned}$$

Значения максимальных проницаемостей в участках зубцов $\mu_{z4(5)}$ уточняются по результатам расчета суммарного магнитного поля в зубцах, вызванного всеми тремя его источниками.

Выражения для магнитных потенциалов и магнитных индукций в шести областях получены, решая для них краевые задачи Дирихле:

$$\begin{cases} u_1(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{1k} \left(\frac{r_1}{r} \right)^k \cos kp\varphi; \\ B_{1r}(r, \varphi) = -\mu_p \mu_4(\varphi) \frac{\partial u_1}{\partial r} = \mu_p \mu_4(\varphi) \sum_{k=1}^{\infty} kB_{1k} \frac{r_1^k}{r^{k+1}} \cos kp\varphi; \\ r_1 \leq r \leq r_2; \end{cases} \quad (26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_2(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{2k} \left(\frac{r_1}{r} \right)^k \cos kp\varphi; \\ B_{2r}(r, \varphi) = -\mu_0 \mu_4(\varphi) \frac{\partial u_2}{\partial r} = \mu_0 \mu_4(\varphi) \sum_{k=1}^{\infty} kB_{2k} \frac{r_1^k}{r^{k+1}} \cos kp\varphi; \\ r_2 \leq r \leq r_3; \end{array} \right. \quad (27)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_3(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(B_{3k} \left(\frac{r_1}{r} \right)^k \right) \cos kp\varphi; \\ B_{3r}(r, \varphi) = -\mu_0 \mu_4(x) \frac{\partial u_3}{\partial r} = \mu_0 \mu_4(\varphi) \sum_{k=1}^{\infty} kB_{3k} \frac{r_1^k}{r^{k+1}} \cos kp\varphi; \\ r_3 \leq r \leq r_4, \end{array} \right. \quad (28)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_4(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[B_{4k} \left(\frac{r_1}{r} \right)^k + U_4(k) \right] \cos kp\varphi; \\ B_{4r}(r, \varphi) = -\mu_0 \mu_4(x) \frac{\partial u_4}{\partial r} = \mu_0 \mu_4(\varphi) \sum_{v=1}^{\infty} kB_{4k} \frac{r_1^k}{r^{k+1}} \cos kp\varphi; \\ r_4 \leq r \leq r_5, \end{array} \right. \quad (29)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_5(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{5k} \left(\frac{r_1}{r} \right)^k \cos kp\varphi; \\ B_{5r}(r, \varphi) = -\mu_0 \mu_4(x) \frac{\partial u_5}{\partial r} = \mu_0 \mu_4(\varphi) \sum_{k=1}^{\infty} kB_{5k} \frac{r_1^k}{r^{k+1}} \cos kp\varphi; \\ r_5 \leq r \leq r_6, \end{array} \right. \quad (30)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_6(r, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{6k} \left(\frac{r_1}{r} \right)^k \cos k\varphi; \\ B_{6r}(r, \varphi) = -\mu_0 \mu_4(x) \frac{\partial u_6}{\partial r} = \mu_c \mu_4(\varphi) \sum_{k=1}^{\infty} k B_{6k} \frac{r_1^k}{r^{k+1}} \cos k\varphi; \\ r_6 \leq r \leq r_7. \end{array} \right. \quad (31)$$

Выражения, аналогичные (26)–(31), могут быть записаны для случая, когда источником магнитного поля являются магнитные напряжения зубцов в области 5.

Расчет постоянных.

Шесть постоянных B_{nk} , ($n = 1, 2, \dots, 6$), входящих в (26)–(31), определяются из следующих шести граничных условий, полученных приравнованием магнитных потенциалов и радиальных магнитных индукций на границах сред:

$$\begin{aligned} B_{1k} - B_{2k} &= 0; \\ -B_{2k} + \mu_p B_{1k} &= 0; \\ -B_{2k} + B_{3k} &= 0; \\ B_{3k} - B_{4k} &= U_4(k) \frac{r_1^{k+1}}{r_1^k}; \\ -B_{4k} + B_{5k} &= 0; \\ -B_{5k} + \mu_c B_{6k} &= 0. \end{aligned}$$

Аналогичные уравнения для нахождения постоянных будем иметь для случая, когда источником магнитного поля являются магнитные напряжения зубцов в области 5.

Расчеты показывают, что при одинаковых магнитных индукциях, а значит и при одинаковых магнитных напряженностях в областях 4 и 5, магнитные напряжения в области 5 будут в h_5/h_4 раз больше напряжения области 4. Для рассматриваемого двигателя это отношение составит $h_5/h_4 = 40/1,5 = 26,7$. Это отношение будет еще больше, если учесть, что магнитная индукция в элементе зубца из области 4 будет существенно меньше, чем в остальной части зубца. Поэтому влиянием магнитного напряжения в области 4 (как одного из источников магнитного поля) на магнитные индукции в других областях можно пренебречь.

На рис. 4. показаны кривые распределения магнитных индукций в кольцевых областях 3 (воздушный зазор) и 5 (в зубцах статора), полученные

по формулам, аналогичным (28) и (30), когда источником магнитного поля являются магнитные напряжения зубцов, расположенных в области 5.

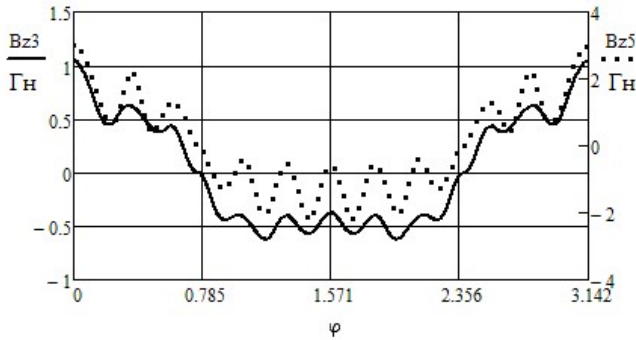


Рис. 4. Магнитные индукции, вызванные магнитными напряжениями зубцов статора: B_{z3} – в середине воздушного зазора ($r = r_3 + 0,5\delta$);

B_{z5} – в среднем сечении зубцов статора ($r = r_5 + 0,5h_2$)

Fig. 4. Magnetic inductions caused by the magnetic stresses of the stator teeth:

B_{z3} – in the middle of the air gap ($r = r_3 + 0,5\delta$);

B_{z5} – in the middle section of the stator teeth ($r = r_5 + 0,5h_2$)

Результирующая магнитная индукция в воздушном зазоре (области 3), вызванная всеми источниками магнитного поля, представлена на рис 5. Ее максимум составил 0,89 Тл.

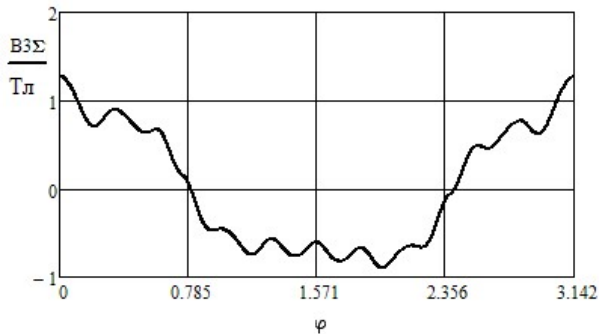


Рис. 5. Результирующая магнитная индукция на середине воздушного зазора (на средней линии кольца 3)

Fig. 5. The resulting magnetic flux density in the middle of the air gap (on the center line of the ring 3)

VI. Выводы

На основе метода разделения переменных Фурье получена двумерная аналитическая модель ВД с ПМ в полярных координатах, в которой магнитные напряжения зубцов статора выступают в качестве источников магнитного поля в дополнение к магнитам ротора и току обмотки статора.

Расчетные значения магнитных индукций в средах (кольцах) рассчитываются с учетом зубчатости статора, гармоник МДС обмотки и геометрической структуры расположения постоянных магнитов.

© Афанасьев А.А., 2021

Поступила в редакцию 16.06.2021

Received 16.06.2021

Библиографический список

- [1] Сеньков А.П., Лавренов С.Н., Макин П.В., Сан Ю. Особенности магнитного поля вентильных электродвигателей с зубцовым шагом обмотки статора // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология. 2016. № 4. С. 79–88.
- [2] Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. – 576 с.
- [3] Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Задачи по математической физике. М.: МГУ, 1998. – 350 с.
- [4] Афанасьев А.А. Аналитический расчет магнитоэлектрического вентильного двигателя // Вестник Чувацкого университета. 2020. № 1. С. 26–39.
- [5] Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В., Власов А.И., Кузнецов В.А. Универсальный метод расчета электромагнитных процессов в электрических машинах. М.: Энергоатомиздат, 1986. – 216 с.
- [6] Афанасьев А.А. Расчет магнитного поля проводника в пазу электрической машины. // Известия Академии Наук СССР. Энергетика и транспорт. 1985. № 4. С. 14–22.
- [7] Сергеев П.С. Электрические машины. М. – Л.: Госэнергоиздат, 1962. – 280 с.

References

- [1] A.P. Senkov, S.N. Lavrenov, P.V. Makin and Yu Thsan, “Parameters of magnet field of permanent magnet motors with tooth pitch of stator winding”, Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Marine Engineering and Technologies, no. 4, pp. 79-88, 2016.
- [2] A.D. Polyandin, *Spravochnik po linejnym uravneniyam matematicheskoy fiziki [A handbook of linear equations in mathematical physics]*. Moscow: Fizmatlit, 2001 (in Russian).
- [3] A.N. Bogolyubov and V.V. Kravtsov, *Zadachi po matematicheskoy fizike [Tasks for mathematical physics]*. Moscow: MSU, 1998 (in Russian).

- [4] A. Afanasyev, “Analytical calculation of the magnetoelectric valve motor”, *Vestnik Chuvashskogo Universiteta*, no. 1, pp. 26-39, 2020.
- [5] A.V. Ivanov-Smolensky, Yu.V. Abramkin, A.I. Vlasov and V.A. Kuznetsov, *Universal'nyj metod rascheta elektromagnitnyh processov v elektricheskikh mashinah [A universal method for calculating electromagnetic processes in electrical machines]*. Moscow: Energoatomizdat, 1986 (in Russian).
- [6] A.A. Afanasiev, “Raschyot magnitnogo polya provodnika v pazu elektricheskoy mashiny [Calculation of the magnetic field of the conductor in the groove of an electric machine]”, *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering*, no 4, pp. 14-22, 1985 (in Russian).
- [7] P.S. Sergeev, *Elektricheskie mashiny [Electric machines]*. Moscow – Leningraad: Gosenergoizdat, 1962 (in Russian).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Афанасьев Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, профессор Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Российская Федерация.

Aleksandr A. Afanasiev, D. Sci. (Eng.), professor, professor of the Chuvash State University named after I.N. Ulyanov, Cheboksary, Russian Federation.