

УДК 621.3:537.8

DOI 10.46960/2658-6754_2021_4_36

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЕКТОРА ПОЙНТИНГА ЧЕРЕЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Е.Н. Меньшов

Ульяновский государственный технический университет

Ульяновск, Россия

ORCID: 0000-0003-2668-9603 e-mail: raynd2@rambler.ru

Обоснована формула расчета вектора Пойнтинга через произведение приложенного напряжения и плотности эквивалентного тока. Показана полезность такой формулы на примере получения положительного решения фундаментальной задачи, в которой в рамках классической теории установлена эквивалентность между электромагнитной массой и инерционной массой электрона. Установлено граничное условие для энергии электрического поля на поверхности области объемного заряда.

Ключевые слова: напряженность электрического поля, ток смещения, электрический потенциал, электромагнитный импульс, инерционная масса, энергия электрического поля.

Для цитирования: Меньшов Е.Н. Представление вектора Пойнтинга через электрические характеристики электротехнических систем // Интеллектуальная электротехника. 2021. № 4. С. 36-46. DOI: 10.46960/2658-6754_2021_4_36

REPRESENTATION OF THE POYNTING VECTOR VIA ELECTRICAL CHARACTERISTICS OF ELECTRICAL SYSTEMS

E.N. Menshov

Ulyanovsk State Technical University

Ulyanovsk, Russia

ORCID: 0000-0003-2668-9603 e-mail: raynd2@rambler.ru

Abstract. The formula for calculating the Poynting vector through the product of the applied voltage and the equivalent current density is substantiated. The usefulness of such a formula is shown by the example of obtaining a positive solution to a fundamental problem in which, within the framework of classical theory, the equivalence between the electromagnetic mass and the inertial mass of an electron is established. The boundary condition for the electric field energy on the surface of the volume charge region is established.

Keywords: electric field strength, displacement current, electric potential, electromagnetic pulse, inertial mass, the energy of the electric field.

For citation: E.N. Menshov, "Representation of the Poynting vector through electrical characteristics of electrical systems", *Smart Electrical Engineering*, no. 4, pp. 36-46, 2021. DOI: 10.46960/2658-6754_2021_4_36

I. Введение

При анализе и математическом моделировании электротехнических систем с распределенными параметрами при повышенных требованиях к точности и адекватности приходится обращаться к полевым задачам [1-4]. В частности, при исследовании трансформаторов, электрических машин, линий электропередач основной внутренней характеристикой процессов передачи электромагнитной энергии выступает вектор Пойнтинга – плотность мощности, переносимой через нормальное плоское сечение единичной площади $\vec{\Pi}$, Вт/м²:

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}, \quad (1)$$

где \vec{E} – напряженность электрического поля, В/м; \vec{H} – напряженность магнитного поля, А/м.

С помощью вектора Пойнтинга можно рассчитывать активную и реактивную мощности, исследовать их распределения в любом месте электротехнических систем, в том числе, в движущихся элементах электрических машин, также можно выявлять характер проникновения электромагнитной энергии сквозь экранирующие элементы при различных режимах работы системы. В [2-4] вектор Пойнтинга выступает инструментом уточнения физического механизма функционирования электротехнических систем.

Однако обращаться непосредственно к характеристикам электромагнитного поля \vec{E} , \vec{H} не всегда удобно.

Целью настоящей работы является обоснование формулы расчета модуля вектора Пойнтинга через интегральные величины, характеризующие электрическое состояние электротехнической системы с распределенными параметрами и демонстрация ее методологической роли.

II. Определение вектора Пойнтинга через приложенное к системе напряжение

Единицу измерения вектора Пойнтинга представим в виде произведения единиц измерения напряжения и плотности тока:

$$[\vec{\Pi}] = \left[\frac{B \cdot A}{M^2} \right] = [B] \cdot \left[\frac{A}{M^2} \right]. \quad (2)$$

Таким образом, на основе (2) формально можно выразить вектор Пойнтинга через произведение некоторого напряжения U и некоторого вектора плотности тока \vec{J} :

$$\vec{\Pi} = U \cdot \vec{J}. \quad (3)$$

При этом направление плотности тока должно совпадать с направлением вектора Пойнтинга.

Для установления физического смысла электрических величин в (3) обратимся к характерным примерам вычисления прохождения электромагнитной энергии от источника к потребителю через линию коаксиальной конструкции (рис. 1). Электромагнитная энергия, передаваемая от источника к потребителю, канализируется по диэлектрику. Детальный расчет вектора $\vec{\Pi}$ и передаваемой мощности потребителю в приближении идеальных проводников приведен в учебной литературе [5-6].

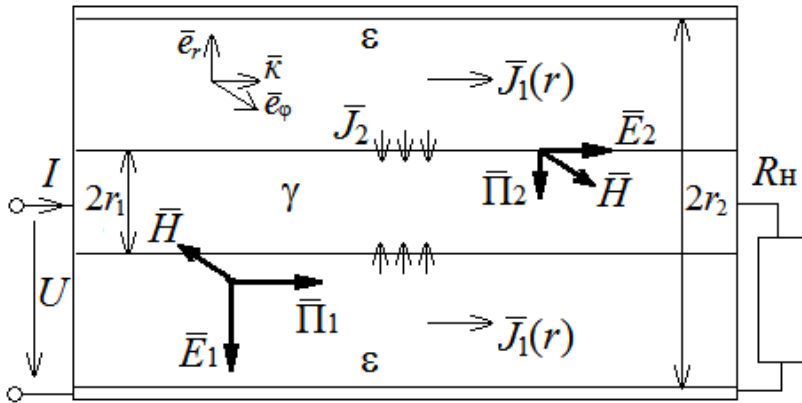


Рис. 1. Линия передачи электроэнергии коаксиальной конструкции
Fig. 1. Electric power transmission line of coaxial design

Воспользуемся готовыми выражениями напряженностей магнитного и электрического полей в диэлектрике:

$$\vec{H} = \frac{I \cdot \vec{e}_\varphi}{2\pi \cdot r}; \quad \vec{E} = \frac{U \cdot \vec{e}_r}{r \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}},$$

где I – сила тока в линии, U – приложенное к линии напряжение, r – текущее радиальное расстояние от оси симметрии, r_2 и r_1 – наружный и внутренний радиусы цилиндрического слоя диэлектрика, \vec{e}_φ и \vec{e}_r – азимутальный и радиальный орты цилиндрической системы координат.

Выразим продольный вектор Пойнтинга (1) в форме (3) и получим:

$$[\vec{\Pi}_1] = U \cdot \frac{I \cdot \vec{k}}{2\pi \cdot r^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}; \vec{J}_1(r) = \frac{I \cdot \vec{k}}{2\pi \cdot r^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}; \int_{S_{12}} \vec{J}_1(r) \cdot d\vec{s} = I,$$

где $\vec{J}_1(r)$ – вектор плотности эквивалентного тока в области $r_1 \leq r \leq r_2$, \vec{k} – аксиальный орт цилиндрической системы координат, S_{12} – площадь сечения области диэлектрика.

В случае, если жила обладает конечной проводимостью γ , то часть электромагнитной энергии будет входить из диэлектрика в жилу через её боковую поверхность для покрытия потерь энергии, обусловленных прохождением тока I через жилу.

Используя готовое выражение поперечного вектора Пойнтинга, приведем его к форме (3):

$$[\vec{\Pi}_2] = \frac{-I^2 \cdot \vec{e}_r}{2\pi \cdot r_1 \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot \gamma} = U_{\text{пр}} \cdot \vec{J}_2,$$

где $U_{\text{пр}} = R_{\text{пр}} \cdot I$ – падение напряжения на жиле, $R_{\text{пр}} = l / \gamma \cdot \pi \cdot r_1^2$ – активное сопротивление жилы длиной l , $\vec{J}_2 = -\vec{e}_r \cdot I / 2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot l$ – плотность эквивалентного тока, входящего в проводник через боковую поверхность жилы. Очевидно, $(-\vec{e}_r \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot l \cdot \vec{J}_2) = I$.

Утверждение 1. Вектор Пойнтинга можно выразить через произведение приложенного напряжения к системе (или к её участку) на вектор плотности эквивалентного тока, совпадающего по направлению с вектором Пойнтинга и удовлетворяющего условию, что полный поток вектора плотности эквивалентного тока должен быть равен исходному физическому току.

III. Методологическое значение метода расчета вектора Пойнтинга через электротехнические величины

Раскрытый метод расчета вектора Пойнтинга может быть использован для снятия трудностей в задачах теоретической электротехники, физической электротехники и классической теории электромагнитного поля.

В классической теории поля введено понятие классического радиуса электрона r_0 из допущения, что вся масса электрона обусловлена массой создаваемого им поля, которая вычисляется из эквивалентности полной энергии электрона $m\epsilon^2$ и энергии электростатического поля [7-8]:

$$W_0 = q \cdot \varphi(r_0). \quad (4)$$

В приближении точечного заряда электрона q , Кл его потенциал на расстоянии r_0 определяется выражением:

$$\varphi(r_0) = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_0}. \quad (5)$$

В результате формула расчета r_0 имеет следующий вид:

$$r_0 = \frac{q \cdot q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m_{\text{э}} \cdot c^2}, \quad (6)$$

где ε_0 – электрическая постоянная, Ф/м; $m_{\text{э}}$ – масса покоящегося электрона; c – скорость света, м/с.

В современной физике поля этот радиус играет фундаментальную роль и понимается как минимальный размер области пространства, в котором можно пользоваться соотношениями классической теории поля – являясь пределом применимости её понятий.

Однако для оценки импульса движущегося конечно размерного электрона при малых скоростях ($v/c \ll 1$) на основе расчета импульса электромагнитного поля через вектор Пойнтинга по (1) с учетом ограничения (6) оказалось, что необходимо используется только часть массы электрона, названной электромагнитной массой [8]:

$$m_{\text{эм}} = \frac{2}{3} m_{\text{э}}.$$

Это обусловлено тем, что в (1) учитывается только часть полной электромагнитной энергии конечно размерного электрона.

Действительно, на основе классического (7) для расчета электрической энергии поля [5-8], где ρ – объемная плотность электрического заряда, Кл/м³:

$$W = \varepsilon_0 \cdot \int_V \frac{E^2}{2} dV = \int_V \frac{\rho\varphi}{2} dV, \quad (7)$$

следует, что в левой части представлена энергия, рассредоточенная по всему объему пространства. Правая часть дает одинаковый численный результат, но по смыслу энергия должна быть сосредоточена в ограниченной области – в области распределенного заряда.

Если электрон занимает конечный объем V_3 , то объем интегрирования разделим на две части $V = V_3 + V_{\Pi}$ и (7) примет следующий вид:

$$W = \varepsilon_0 \cdot \int_{V_3} \frac{E_1^2}{2} dV + \varepsilon_0 \cdot \int_{V_{\Pi}} \frac{E_2^2}{2} dV = \int_{V_3} \frac{\rho\varphi}{2} dV, \quad (8)$$

где V_{Π} – внешний по отношению к электрону объем, который занят полем с напряженностью \vec{E}_2 , а \vec{E}_1 есть напряженность электрического поля в области распределенного заряда, сосредоточенного в объеме V_3 .

Выделяя из (8) энергию поля во внешней области, получим следующее уравнение:

$$W_2 \equiv \varepsilon_0 \cdot \int_{V_{\Pi}} \frac{E_2^2}{2} dV = \int_{V_3} \frac{\rho\varphi}{2} dV - \varepsilon_0 \cdot \int_{V_3} \frac{E_1^2}{2} dV \equiv W - \varepsilon_0 \cdot \int_{V_3} \frac{E_1^2}{2} dV, \quad (9)$$

в котором правая часть по смыслу учитывает только энергию взаимодействия между элементами заряда, находящимися во внутренней области.

Утверждение 2. Из физического смысла (9) следует, что оно представляет собой граничное условие для энергии электростатического поля, которое гласит: на поверхности раздела областей сосредоточения заряда и поля энергия поля, рассредоточенная вне области заряда равна собственной энергии взаимодействия между элементами заряда.

Заметим, что утверждение 2 согласуется с граничным условием для электростатического потенциала.

Используя теорему Гаусса, например, при равномерном распределении ρ энергия внешнего поля принимает значение:

$$W_2 = \varepsilon_0 \cdot \int_{V_{\Pi}} \frac{E_2^2}{2} dV = \frac{q^2}{8\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_0}, \quad (10)$$

а собственная энергия зарядов W_3 , в соответствии с (6) принимает следующее значение:

$$W_3 = \frac{q^2}{8\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_0} = \frac{\varphi(r_0) \cdot q}{2}. \quad (11)$$

В (10), (11) использовалось следующее выражение:

$$q = \int_V \rho dV.$$

Чтобы удовлетворить условию (5), результирующая энергия должна учитывать энергию внешнего электрического поля и собственную энергию заряда:

$$W_{\Sigma} = W_2 + W_3 = \varphi(r_0) \cdot q. \quad (12)$$

И если электрон рассматривать как электромагнитную структуру, то при составлении вектора Пойнтинга необходимо учитывать мощность потока и этой структуры $\vec{\Pi}_3$, тогда результирующий вектор Пойнтинга примет следующий вид:

$$\vec{\Pi}_{\Sigma} = \vec{E}_2 \times \vec{H}_2 + \vec{\Pi}_3.$$

Вектор Пойнтинга $\vec{\Pi}_3$ электромагнитной структуры электрона неизвестен, поэтому используем (3) и получим:

$$\vec{\Pi}_3 = \vec{J} \cdot (\varphi(r_0) - \varphi(\infty)) = \vec{J} \cdot \varphi(r_0), \quad (13)$$

так как $\varphi(\infty) = 0$, а $\varphi(r_0)$ потенциал на поверхности конечно размерного электрона.

Согласно критериям сформулированного *утверждения 1* вектор плотности тока в (13) должен совпадать с направлением вектора Пойнтинга и, соответственно, с вектором скорости равномерного перемещения электрона. Из двух типов токов – конвекционного (тока перемещающегося заряда) и тока смещения, с вектором Пойнтинга совпадает первый, так как ток смещения противоположный первому (обеспечивает условие непрерывности).

Конвекционный ток задается следующей формулой:

$$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}, \quad (14)$$

где \vec{v} – вектор скорости.

Вычислим электромагнитный импульс электрона на основе использования (13) – (14) и с учетом (4) – (6):

$$\vec{G} = \int_V \frac{\vec{\Pi}_3}{c^2} dV = \frac{\varphi(r_0) \cdot \vec{v}}{c^2} \int_V \rho dV \equiv m_3 \vec{v}. \quad (15)$$

Таким образом, электромагнитный импульс полностью совпал с механическим импульсом электрона, а предложенная методика расчета вектора Пойнтинга позволила снять противоречие несоответствия электромагнитной массы механической массе.

При выводе выражений для расчета электромагнитного импульса использовалось электростатическое приближение, которое оправдано при малых скоростях. Аналогичное приближение использовал Р. Фейнман [8]. Корректность использованных допущений представлена в приложении, в котором при помощи методики операторного преобразования волновых уравнений поля при равномерном движении заряженной частицы, разработанной в [9], получены корректные выражения для \vec{E} и \vec{H} .

IV. Заключение

1. Обоснована формула расчета вектора Пойнтинга через произведение приложенного напряжения и вектора плотности эквивалентного тока, направление которого совпадает с вектором Пойнтинга и удовлетворяет условию, что полный поток вектора плотности эквивалентного тока должен быть равен исходному физическому току.

2. Показана полезность такой формулы на примере получения положительного решения фундаментальной задачи, в которой в рамках классической теории установлена эквивалентность между электромагнитной массой и инерционной массой электрона.

3. Установлено граничное условие для энергии электрического поля на поверхности ограниченной области объемного заряда.

Приложение. Представление характеристик ЭМП через потенциальную составляющую электрического поля.

Применив к волновым уравнениям для \vec{E} и \vec{H} обратный к оператору Даламбера оператор \square^{-1} , получим:

$$\vec{H} = -\text{rot}\square^{-1}\vec{j} = -\text{rot}(\vec{v}\square^{-1}\rho) = [\vec{v}\text{grad}(\square^{-1}\rho)], \quad (16)$$

$$\vec{E} = \square^{-1}(\mu_0\partial\vec{j}/\partial t + \text{grad}\rho/\epsilon_0) = \text{grad}(\square^{-1}\rho/\epsilon_0) - \mu_0\vec{v}(\vec{v}\text{grad}(\square^{-1}\rho)), \quad (17)$$

где $\square = \Delta - c^{-2}\partial^2/\partial t^2$ – волновой оператор Даламбера ($\square^{-1}\square = 1$, [9]).

В (16) и (17) в квадратных скобках есть векторное произведение, а в круглых скобках – скалярное произведение двух векторов. Используя (14) и уравнение непрерывности тока в дифференциальной форме при условии $\vec{v} = \text{const}$, имеем:

$$\partial\vec{j}/\partial t = \vec{v}\partial\rho/\partial t = -\vec{v}\text{div}(\rho\vec{v}) = -\vec{v}(\vec{v}\text{grad}\rho).$$

Обозначим потенциальную составляющую электрического поля через \vec{E}_φ и выразим её через скалярный потенциал:

$$\vec{E}_\varphi = -\text{grad } \varphi = \text{grad} (\square^{-1} \rho / \epsilon_0), \quad (18)$$

который соответствует волновому уравнению $\square \varphi = -\rho / \epsilon_0$.

Подставляя (18) в (17) и (16) соответственно, приходим к следующим выражениям напряженностей ЭМП:

$$\vec{E} = \vec{E}_\varphi - c^2 \vec{v} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{E}_\varphi); \quad \vec{H} = \epsilon_0 [\vec{v} \cdot \vec{E}_\varphi].$$

Вектор Пойнтинга примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \vec{\Pi} &= [\vec{E} \cdot \vec{H}] = \epsilon_0 [\vec{v} \cdot \{(E_\varphi)^2 - c^2 (\vec{v} \cdot \vec{E}_\varphi)^2\} - \vec{E}_\varphi (\vec{v} \cdot \vec{E}_\varphi) \cdot \{1 - (vc^{-1})^2\}] = \\ &= \epsilon_0 v (E_\varphi)^2 \cdot \{(\vec{e}_v - \cos\theta \vec{e}_E) - (vc^{-1})^2 \cdot \cos\theta \cdot (\cos\theta \vec{e}_v - \vec{e}_E)\}, \end{aligned} \quad (19)$$

где \vec{e}_E – единичный вектор, совпадающий с вектором \vec{E}_φ . Представим вектор \vec{E}_φ в виде суммы двух взаимно перпендикулярных векторов:

$$\vec{E}_\varphi = E_\varphi \cdot \cos\theta \vec{e}_v + E_\varphi \cdot \sin\theta \vec{e}_\perp(\psi) = \vec{E}_{\varphi v} + \vec{E}_{\varphi \perp}, \quad (20)$$

где \vec{e}_v – единичный направляющий вектор скорости \vec{v} ; ψ – азимутальная переменная; $\vec{e}_\perp(\psi)$ – единичный вектор, перпендикулярный направлению скорости движения заряда; θ – угол между векторами \vec{E}_φ и \vec{v} . Подставив (20) в (19), получим конечное выражение вектора Пойнтинга:

$$\vec{\Pi} = \epsilon_0 v (E_\varphi)^2 \cdot [\sin^2\theta \vec{e}_v - \{1 - (vc^{-1})^2\} \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \vec{e}_\perp]. \quad (21)$$

Подставляя (21) в (15) и учитывая то, что интеграл от второго слагаемого (21) равен нулю в силу симметрии поля относительно прямолинейной траектории, получим строгую формулу расчета импульса равномерно движущейся заряженной частицы:

$$\vec{G} = \int_V \frac{\vec{P}}{c^2} dV = \frac{\epsilon_0 \vec{v}}{c^2} \int_V E_\varphi^2 \sin^2 \theta dV. \quad (22)$$

Формула (22) по форме совпадает с электростатическим предположением Р. Фейнмана [8]. Погрешность применения к (22) электростатического приближения определяется отношением модулей напряженностей электрических полей (при совмещении начала системы отсчета с заряженной частицей в момент времени $t = 0$):

$$\frac{E_{ст}}{E_\varphi} = \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

© Меньшов Е.Н., 2021

Поступила в редакцию 29.11.2021

Received 29.11.2021

Библиографический список

- [1] Туровский Я. Техническая электродинамика. М.: Энергия, 1974. – 488 с.
- [2] Шелест С.Н., Федоров В.К., Рысев Д.В., Федорова М.В., Нестеров Д.О., Мазепа А.М. Эффект вырождения вектора Умова – Пойнтинга в режимах детерминированного хаоса электроэнергетических систем // Матер. VIII межд. науч.-техн. конф. «Динамика систем, механизмов и машин». Омск: ОмГТУ, 2012. С. 200-202.
- [3] Малыгин В.М. Локализация потока энергии в трансформаторе (по поводу статьи М.А. Шакирова, «Электричество», 2014, № 9 и 10) // Электричество. 2015. № 4. С. 60-65.
- [4] Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 4. «Анатомия» трансформатора // Электричество. 2017. № 3. С. 37-49.
- [5] Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. М.: Юрайт, 2014. – 317с.
- [6] Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. Т 3. С-Пб.: Питер, 2006. – 377 с.
- [7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Теория поля. В 10 т. Том II. 8-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 536 с.
- [8] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Том 4. Электродинамика. М.: Изд-во АСТ, 2020. – 352 с.
- [9] Меньшов Е.Н. Метод анализа ЭМП равномерно движущегося заряда на основе модели Максвелла // Тр. межд. конф. «КЛИН-2004 «Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика», г. Ульяновск, 18-20 мая 2004. Ульяновск: УлГТУ, 2004. Том 4. С. 97-102.

References

- [1] Ya. Turovsky, *Tekhnicheskaya elektrodinamika [Technical Electrodynamics]*. Moscow: Energiya, 1974 (in Russian).
- [2] S.N. Shelest, V.K. Fedorov, D.V. Rysev, M.V. Fedorova, D.O. Nesterov and A.M. Mazepa, “Effekt vyrozhdeniya vektora Umova – Poyntinga v rezhimakh determinirovannogo haosa elektroenergeticheskikh sistem [The effect of degeneration of the Umov – Poynting vector in the modes of deterministic chaos of electric power systems]”, in proc. *VIII Int. scient. and techn. conf. “Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin [Dynamics of systems, mechanisms and machines]”*, 2012, Omsk, Russia. Omsk: OmSTU, pp. 200-202, 2012 (in Russian).
- [3] V.M. Malygin, “Location of the energy flux in the transformer (by M.A. Shakariav article, «Elasticity»», 2014, Nos 9, 10)”, *Elektrichestvo*, no. 4, pp. 60-65, 2015.
- [4] M.A. Shakirov, “The Poynting vector and a new theory of transformers. Part 4. Transformer anatomy”, *Elektrichestvo*, no. 3, pp. 37-49, 2017.
- [5] L.A. Bessonov, *Teoreticheskie osnovy elektrotehniki. Elektromagnitnoe pole [Theoretical foundations of electrical engineering. Electromagnetic field]*. Moscow: Yurayt, 2014 (in Russian).
- [6] K.S. Demirchyan, L.R. Neiman, N.V. Korovkin and V.L. Chechurin, *Teoreticheskie osnovy elektrotehniki [Theoretical foundations of electrical engineering]*, vol. 3. St. Petersburg: Peter, 2006 (in Russian).
- [7] L.D. Landau and E.M. Lifshits, *Teoreticheskaya fizika. Teoriya polya [Theoretical Physics. Field Theory]*, vol. II, 8th ed. Moscow: FIZMATLIT, 2003 (in Russian).
- [8] R. Feynman, R. Leighton and M. Sands, *Fejnmanovskie lektsii po fizike. Tom 4. Elektrodinamika [Feynman lectures on physics. Vol. 4. Electrodynamics]*. Moscow: AST Publishing House, 2020 (in Russian).
- [9] E.N. Menshov, “Metod analiza EMP ravnomerno dvizhushchegosya zaryada na osnove modeli Maksvellia [Method of analysis of the EMF of a uniformly moving charge based on the Maxwell model]”, in proc. *Int. conf. “KLIN-2004 “Skhemno-topologicheskie modeli aktivnykh elektricheskikh cepej: sintez, analiz, diagnostika» [Circuit-topological models of active electrical circuits: synthesis, analysis, diagnostics]”*, May 18-20, 2004, Ulyanovsk, Russia. Ulyanovsk: UISTU, vol. 4, pp. 97-102, 2004 (in Russian).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ
INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Меньшов Евгений Николаевич, доктор технических наук, доцент Ульяновского государственного технического университета, г. Ульяновск, Российская Федерация.

Eugene N. Menshov, D. Sci (Eng.), associate professor of the Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, Russian Federation.